ЖАҢЫ КИТЕП

С. К. Кыдыралиев, А. Б. Урдалетова,
Г. М. Дайырбекова, Г. А. Лисовская

Методическое пособие

МАТЕМАТИКА
5 класс

Для учителей школ с русским языком обучения

Бишкек
2018

УДК 372.8
ББК 74.262
М 34

Эксперт: *к. пед. н., доцент Г. Ж. Карагозуева*

М 34 Математика. 5 кл.: Метод. пособие для учителей шк. с рус. яз. обучения / С. К. Кыдыралиев, А. Б. Урдалетова, Г. М. Дайырбекова, Г. А. Лисовская – Б.: Аркус, 2018. – 128 с.

ISBN 978−9967−31−844−1

В пособии даны методические рекомендации для учителей по материалам книги авторов Кыдыралиева С. К., Урдалетовой А. Б., Дайырбековой Г. М. «Математика. 5 класс».

Методическое пособие содержит некоторые комментарии авторов к учебнику; контрольные работы, которые можно включать в уроки разных типов, в том числе – в уроки самооценки. В целом пособие поможет значительно улучшить качество уроков, сделать их продуктивнее, интереснее.

М 4306010500−18 **УДК 372.8**
ББК 74.262

ISBN 978−9967−31−844−1

ВВЕДЕНИЕ

Уважаемые коллеги!

Мы приступаем к работе над новым учебником математики. Конечно, работа бывает разная. Если мы понимаем её необходимость, если она интересна и привлекательна для нас, то мы выполняем её быстрее, с удовольствием. Мы можем сделать привлекательной, интересной и интригующей работу для наших учеников, тем самым приблизив их к пониманию сути предмета.

В чём же новизна учебника? В нём много новых задач и упражнений. Но не это главное. Действующие учебники написаны с целью подготовить будущих математиков. Наш учебник будет привлекателен не только для них, но и для тех, кто не собирается связывать свою жизнь с этой наукой. Вам судить, в какой степени это удалось авторам.

Мы, математики, гордимся тем, что математика является «царицей всех наук». По нашему мнению, «царственность» математики в том, что практически не осталось жизни в общем, науки и образования в частности, в которых в явном виде не используется математика. В своё время великий Галилео Галилей провозгласил, что математика – это язык, на котором разговаривают все науки, и справедливость этого утверждения с каждым днём становится всё очевидней.

Итак, математика – это язык, необходимый и полезный в нашей повседневной жизни, и его нужно учить. Его необходимо учить всем, кто желает жить полноценной современной жизнью. Но сегодня в школах много времени уделяется изучению сложных тригонометрических, логарифмических, иррациональных и т. п. уравнений, систем, про которые мало кто может сказать, где это применяется. Конечно, можно говорить, что изучение такого материала позволяет развить умственные способности учащихся. Ответить на эти, в принципе, справедливые слова можно так: «Математика – замечательный, очень богатый предмет. Поэтому всегда можно найти темы для изучения, которые и имеют области применения, и развивают способности учащихся». Мы хотим доказать, что математика не является предметом для избранных, показать, что математика является замечательным инструментом познания окружающей действительности, что математика должна не усложнять жизнь учащихся, а, наоборот, облегчать жизнь тем, кто умеет использовать математические знания. Ведь даже те, кто заявляют о неприятии математики, пользуются ею почти ежедневно, например, при совершении покупок в магазине.

Можно пугать школьников «страшными» арифметическими прогрессиями. Но можно и начать урок со сказки о репке, предложить учащимся найти сумму 5 + 9 + 13 + 17 + 21 + 25, а затем продемонстрировать, как выполнить это задание, использовав основное свойство арифметических прогрессий. Показать, что если попарно сложить соответствующие числа: 5 + 25 = 30; 9 + 21 = 30; 13 + 17 = 30, то задача решается намного проще.

Некоторые могут говорить, что арифметические прогрессии – это нечто, придуманное математиками, а в реальной жизни их не бывает. В этой ситуации нужно вспомнить маленького ребёнка, который только учится считать: *один*, *два*, *три*, *четыре*... Как это ни удивительно, но эти числа являются элементами арифметической прогрессии. С этим связана, видимо, самая популярная задача на арифметические прогрессии.

Учитель арифметики пришёл в класс с сильной головной болью. Никакого желания вести урок у него не было. Поэтому, чтобы занять детей, он велел им найти сумму всех целых чисел от 1 до 100. К его неудовольствию, буквально через пару минут один из учеников потревожил его, сказав, что выполнил задание. Каково же было его изумление, когда он услышал правильный ответ.

– Неужели ты так быстро сложил все эти числа? – спросил учитель.

– Нет. Дело в том, что 1 + 100 = 101, 2 + 99 = 101 и так далее. Всего таких сумм 50. Поэтому, умножив пятьдесят на сто один, я получил 5050, – ответил мальчик.

Предание гласит, что героем этой истории был маленький Карл Фридрих Гаусс – будущий «король арифметики».

Говоря научным языком, мальчик заметил, что требуется найти сумму членов арифметической прогрессии, и выполнил задание, используя основное свойство арифметической прогрессии.

Надеемся, что эти или подобные задачи будут той самой отправной точкой, которая подружит Вашего ученика с математикой, продемонстрировав, как знание математики может существенно облегчить решение той или иной задачи.

В предлагаемом учебнике сделан упор на решение текстовых задач. Это поможет учащимся моделировать, решать, анализировать проблемы из окружающей действительности.

Одним из основных отличий от действующих учебников является перенос изучения арифметических действий над десятичными дробями в программу 5-го класса, а действий над обыкновенными дробями – в программу 6-го класса. Обоснованность данного изменения очевидна: действия над десятичными дробями гораздо проще, чем над обыкновенными. Для того чтобы убедиться в этом, достаточно провести простой эксперимент: предложить непрофессионалам найти разность чисел 13/20 и 1/4, а также 0,65 и 0,25.

Некоторые из существующих учебников имеют странную специфику, для работы над ними необходимы дополнительные учебные материалы: «решебники» и проч. В отличие от них, наш учебник содержит всё необходимое для изучения материала: нужно взять книгу и проработать с начала до конца. При этом изложение материала позволяет ученикам изучать книгу самостоятельно или при минимальной поддержке учителей и родителей.

Вы приступаете к работе с учебником математики для 5 класса. Скорее всего, это новый для Вас класс, соответственно, Вы – новый учитель для учащихся. Поэтому успешность Вашей работы во многом зависит от того, насколько успешно Вам удастся создать доверительную рабочую атмосферу в классе. Очень важно донести до учащихся мысль о том, что главная цель обучения математике – не овладение навыками счёта, а развитие мыслительных навыков. Конечно, считать тоже надо уметь, но даже самый гениальный вычислитель не будет считать быстрее, чем компьютер. В связи с этим уроки не должны превращаться в унылые занятия, на которых большая часть времени посвящается арифметическим операциям над большими числами. Конечно, можно делать вид, что калькуляторов не существует, но это не так.

Учебник состоит из 18 основных и 3 дополнительных параграфов. Все они, за исключением первого и последних, построены одинаково.

Первый параграф должен настроить учащихся на плодотворную творческую работу. Задания этого параграфа направлены на развитие внимания, находчивости, логики. Построен он очень просто: есть список задач, которые предлагается решить школьникам.

Последние параграфы должны настроить учащихся на самостоятельную работу. Задания этих параграфов также направлены на развитие внимания, находчивости, логики.

Все остальные параграфы разбиты на пункты. Каждый пункт имеет двойной номер. Например, номер пункта 12.7 означает, что это седьмой пункт двенадцатого параграфа. В каждом пункте обсуждается одна ситуация. Обычно она формулируется в виде задачи, которая приводится с подробным решением. Материал, разобранный в задаче, предлагается закрепить на подобных заданиях. Чтобы закрепить полученный навык, а также для того чтобы учащиеся научились выделять данную ситуацию, подобная задача предлагается как одна из итоговых в конце параграфа.

Учебник относится к новому поколению школьных учебников и построен он несколько иначе, чем традиционные. Поэтому должна измениться и форма урока. Обычно после проверки домашнего задания учитель объясняет новую тему, а остаток урока посвящается закреплению материала. В нашей книге каждая новая тема разбита на несколько подтем. Для изучения подтемы выделен пункт. По нашему мнению, учитель должен начать изучение новой темы, разобрав соответствующую задачу у доски. Далее решается следующая задача. Нужно приучить учеников к тому, что решение задачи на классной доске – не для переписывания в тетрадь. Это только для сверки. При таком подходе следует ожидать, что несколько более сильных учеников решат эту задачу быстрее, чем это будет сделано на доске. Этих учеников нужно настроить на то, чтобы они начали самостоятельно разбирать задачу из следующего пункта. Время от времени таким ученикам нужно давать возможность объяснять одноклассникам новую задачу у доски. Возможно, это несколько замедлит скорость прохождения новых тем, но польза для учащихся от такого подхода перевешивает. Известно, что материал, усвоенный самостоятельно, запоминается гораздо лучше.

Это же соображение можно использовать при формулировке домашнего задания. На дом можно задать и один-два новых пункта. Конечно, правильность усвоения заданий этих пунктов необходимо проконтролировать на следующем уроке.

Далее мы приводим некоторые дополнительные комментарии к материалам соответствующих параграфов.

КОММЕНТАРИИ К МАТЕРИАЛАМ ПАРАГРАФОВ

§ 1. Задачи на повторение программы начальной школы

Для того чтобы подчеркнуть важность умения рассуждать, правильно мыслить, мы включили в материалы 1-го параграфа много заданий на логику. Они помогут учащимся подружиться с математикой.

Постарайтесь добиться того, чтобы, отвечая на вопросы с 1 по 12, учащиеся не только говорили ДА или НЕТ, но и объясняли, почему они выбрали такой ответ.

Например, желательно, чтобы, отвечая на вопрос 3 задания 1 (*Верно ли решены примеры?* 3. $17 + 3 \cdot 2 = 40$), учащийся не только сказал, что пример решён неправильно. Хорошо, если он добавит, что указанный ответ получится, если к 17 прибавить 3, а затем сумму умножить на 2. Но по правилам математики умножение выполняется раньше сложения. Поэтому правильный ответ – 23.

В заданиях 13–30 нужно не только выбрать один из предложенных ответов, но и указать, как учащиеся пришли к такому выводу.

Так, в задаче 14 (*В прятки играют 9 ребят, один из них водит. Водящий уже нашёл 6 ребят. Сколько ещё ребят ему надо найти?*)

нужно чёткое понимание того, что всего нужно найти 8 человек, так как 9-м является сам водящий[1].

Постарайтесь добиться того, чтобы Ваши ученики не только указывали правильный ответ. Важно, чтобы, отвечая на вопросы, учащиеся объясняли, почему они выбрали такой ответ. Ведь и в повседневной жизни очень часто бывает важно не только принять правильное решение, но и суметь объяснить окружающим, почему принято это, а не другое решение.

Учитывая важность материала этого параграфа, мы посчитали разумным дать развёрнутые указания к решениям некоторых задач в конце этого пособия.

§ 2. Множества

Во многих вопросах приходится рассматривать некоторую совокупность элементов как единое целое. Говорят о футбольной команде, танцевальном ансамбле, музыкальном оркестре, букете цветов, отаре овец, табуне лошадей и т. д. Для математического описания таких совокупностей и было введено понятие *множества*. Как говорил один из создателей теории множеств, немецкий математик Георг Кантор (1845–1918), «множество есть многое, мыслимое нами как единое». Наша цель – систематизировать, привести в порядок наши знания о множествах.

Тема «Множества» богата на приложения. Поэтому нужно активно вовлекать учащихся, просить их приводить примеры из окружающей жизни. Чтобы помочь учащимся вникнуть в сущность понятия *множество*, будут весьма полезны задания типа:

«Какой элемент является лишним, если речь идёт о множестве предметов, находящихся в классной комнате: {стол; стул, диван; шкаф; доска}? А что, если речь идёт о множестве предметов, находящихся в комнате дома?»

Типичная ошибка, которую допускают учащиеся в этой теме: непонимание разницы между элементом множества и одноэлементным множеством. Для того чтобы подчеркнуть разницу, уместны задания, подобные приведённым ниже.

Задача

Пусть $A = \{1; 3; 5\}$ и $B = \{6; 5; 4\}$. Определите, какое понятие из множеств отвечает каждому из пунктов:

a) $\{1; 3; 5; 6; 4\}$;
b) $\{1; 3\}$;
c) 5;
d) $\{6; 4\}$;
e) $\{5\}$;
f) 1.

[1] Ответ: 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 6.

Ответы

a) {1; 3; 5; 6; 4} – объединение;
b) {1; 3} – разность A и B;
c) 5 – элемент множеств A и B;
d) {6; 4} – разность B и A;
e) {5} – пересечение A и B;
f) 1 – элемент множества A.

Задача

A; B; C; D – числовые множества. Определите, что обозначает каждая запись: a) $\{1\} \subset A$; b) $3 \subset B$; c) $5 \in C$; d) $\{6\} \in D$.

Ответы

a) Запись $\{1\} \subset A$ говорит нам, что множество {1} является подмножеством множества A.

b) $3 \subset B$ – эта запись неправильная. Число не может быть подмножеством.

c) $5 \in C$ – эта запись говорит, что число 5 является элементом множества C.

d) $\{6\} \in D$ – эта запись неправильная. Множество {6} не может быть элементом числового множества D – элементами должны быть числа.

Стоит обратить внимание на **игру**. Наш опыт показывает, что в эту игру с удовольствием играют и дети, и взрослые. На одном из семинаров для учителей математики по ходу этой игры бурно выясняли отношения команды, в которые входили доктора наук, директора школ…

К сожалению, программа не резиновая, и учебный календарь ограничивает время, которое можно посвятить этой игре.

Тема: «Множества. Операции над множествами»

Множество есть многое, мыслимое как единое целое.

Георг Кантор

Цели урока:

- дать понятие множества;
- научится выполнять операции над множествами;
- воспитание внимательности, интереса к предмету, расширение кругозора.

Тип урока: изучение нового материала.

Ход урока

I. Организация

1. Сообщить тему урока, эпиграф, план урока.
2. Объяснение новой темы
3. Решение задачи (коллективно).
4. Итог урока. Домашнее задание.

II. Объяснение новой темы

Представьте себе, что вы находитесь на уроке математики в 5 «А» классе одной из бишкекских школ.

Сегодня мы будем говорить о множествах. Так же, как и точка, прямая линия и т. п., множество является одним из основных понятий современной математики, используемым почти во всех её разделах.

Давайте рассмотрим множество учащихся нашего 5 «А» класса. Оно состоит из 25 элементов. Чтобы записать это на математическом языке, обозначим это множество буквой A.

Тогда A = {Аида…, Мария…, Руслан…, Эмиль…}. Нужно перечислить все имена. При этом, так как у нас 3 Венеры, если мы напишем это имя один раз, то они обидятся. Можно написать три раза, но при этом каждый раз будет непонятно, о ком идёт речь. Поэтому нужно использовать дополнительные значки, например, первые буквы их фамилий. Если и они совпадают, то что-нибудь ещё.

Так же, как и мы, математики договорились, о том, что при перечислении элементов множества каждый элемент будет обозначаться своим знаком, повторение не допускается, порядок расположения элементов не важен. Множества обычно обозначаются заглавными буквами латинского алфавита. При необходимости для обозначения множеств к заглавным буквам латинского алфавита будем добавлять цифры.

Выписывать все имена – долгая и нудная работа. Поэтому для определения множеств часто достаточно ограничиться словесным или символьным описанием их элементов. В нашем случае мы можем написать A = {Учащиеся 5 «А» класса}. Как вы уже, наверное, заметили, для записи множеств используются фигурные скобки.

Множества, состоящие из одинаковых элементов, являются одинаковыми вне зависимости от порядка следования элементов. Например, если $E = \{7; 3; 8\}$, $K = \{3; 8; 7\}$, $Q = \{8; 7; 3\}$, $A = \{8; 3; 7\}$, $P = \{7; 8; 3\}$, $C = \{3; 7; 8\}$, то $E = K = Q = A = P = C$.

Задача

Запишите множество букв, которые используются для записи слова КЫРГЫЗСТАН.

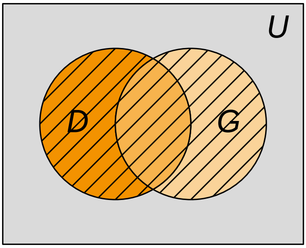
Решение

Выполнение задания начнём с того, что откроем фигурные скобки. Далее впишем туда буквы К, Ы, Р и Г: {К, Ы, Р, Г}. Следующая буква Ы. Но эта буква уже стоит внутри скобок. А как уже было сказано, один элемент записывается только один раз. Поэтому далее записываем буквы З, С, Т, А, Н.

В результате получаем: {К, Ы, Р, Г, З, С, Т, А, Н}.

Операции над множествами

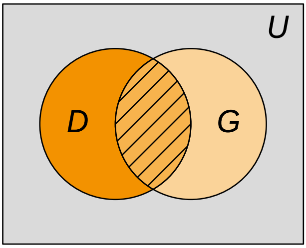
Так же, как и числа, множества складывают, вычитают и умножают.



Суммой, или **объединением двух множеств**, называют множество, состоящее из элементов, которые входят хотя бы в одно из этих множеств.

Если G – это те, кто в 5 «А» классе носят очки, то объединение множеств девочек и тех, кто носит очки, обозначается $D \cup G$. Каждый элемент этого множества – это или девочка, которая учится в 5 «А» классе, или учащийся 5 «А» класса, который носит очки. Конечно же, девочка, которая учится в 5 «А» классе и носит очки, является элементом этого множества.

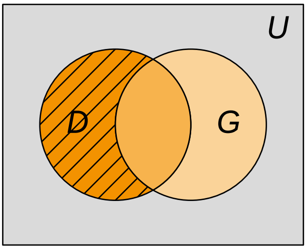
Итак, объединение – это множество точек, которые принадлежат хотя бы одному из исходных множеств, или, другими словами, это точки, которые принадлежат или D, или G, или и D, и G.



Произведением, или **пересечением двух множеств**, называют множество, состоящее из элементов, которые входят в каждое из этих множеств.

Пересечение множеств девочек и тех, кто носит очки, обозначается $D \cap G$ и состоит из всех девочек 5 «А» класса, которые носят очки.

Пересечение – это множество точек, которые принадлежат каждому из исходных множеств, или, другими словами, это точки, которые принадлежат и D, и G.



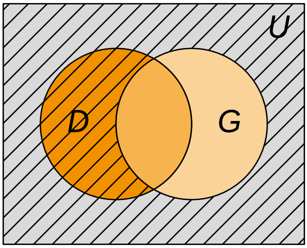
Разность двух множеств состоит из элементов, которые входят в первое и не входят во второе из исходных множеств.

Разность множества девочек и тех, кто носит очки, обозначается $D\setminus G$ и состоит из всех девочек 5 «А» класса, которые не носят очков.

Разность – это множество точек, которые принадлежат только первому из исходных множеств, или, другими словами, это точки, которые принадлежат D и не принадлежат G.

– Можете ли вы сказать, что обозначает запись $G\setminus D$, и нарисовать это множество?

Несложно понять, что дополнение множества G – множество $\overline{G}$, – является разностью универсального множества U и множества G: $U\setminus G = \overline{G}$.



Задача

Пусть $B1 = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ и $B2 = \{6; 7; 8; 9\}$. Определим объединение, пересечение и разности этих множеств.

Решение

Объединение $B1 \cup B2 = \{1; 3; 5; 7; 9; 6; 8\}$. (Нужно взять элементы 1-го множества и дописать к ним элементы 2-го. При этом, как мы договаривались выше, повторение элементов не допускается.)

Пересечение $B1 \cap B2 = \{7; 9\}$. (Последовательно рассматриваем элементы 1-го множества. Если элемент содержится и во 2-м множестве – оставляем, иначе – выбрасываем.)

Разность $B1\setminus B2 = \{1; 3; 5\}$. (Последовательно рассматриваем элементы множества $B1$. Если элемент содержится и в $B2$ – выбрасываем, иначе – оставляем.)

Разность $B2\setminus B1= \{6; 8\}$.

III. Решение задачи (коллективно)

Учитель делит класс на 2 группы. И каждая группа решает задачи на пересечение и объединение множеств.

IV. Итоги урока. Домашнее задание

В заключение подводятся итоги. Домашнее задание заранее написано на доске: Составить задачи на пересечение и объединение геометрических фигур.

§ 3. Количество элементов множества

Множество – это определённая совокупность объектов. Объекты, из которых состоит множество, называются элементами множества. Достаточно часто необходимо определить количество элементов множества, определяемого теми или иными признаками. При объединении множеств повторяющиеся элементы записываются только один раз.

Количество элементов объединения двух множеств равно сумме количества элементов каждого множества минус количество элементов пересечения этих множеств.

Обычно для определения количества элементов множества используют круговые диаграммы Эйлера-Венна. Наш опыт преподавания показывает, что для множеств, которые делятся на подмножества по двум признакам, табличный способ удобнее и понятнее.

Также можно отметить, что учащиеся охотно и с удовольствием сочиняют задачи на эту тему. Рекомендуем предложить им составить задачи, используя данные по своему классу, по своему населённому пункту, по материалам сказки, по популярному фильму. Конечно, как правило, после учащихся задачи нужно редактировать, однако сюжеты и персонажи, предлагаемые учащимися, часто бывают очень интересны.

Для того чтобы подкрепить наши слова, предлагаем вашему вниманию задачу, придуманную пятиклассником.

Задача

В городе Дар 1700 семей. Из них 980 семей имеют автомобиль марки «Тойота», 650 – автомобиль марки «Мерседес». Количество семей, имеющих и тойоту, и мерседес, равно 442. Сколько семей не имеют ни тойоты, ни мерседеса?

Решение

Составим таблицу.

	Есть тойота	Нет тойоты	
Есть мерседес	442		650
Нет мерседеса			
	980		1700

Так как 1700 − 980 = 720; 1700 − 650 = 1050, получим:

	Есть тойота	Нет тойоты	
Есть мерседес	442	a	650
Нет мерседеса	b	x	***1050***
	980	***720***	1700

Для того чтобы вычислить значения a, b, x и заполнить оставшиеся клетки, вычислим значение a, используя данные по первой строке:
$a = 650 - 442 = 208$.

	Есть тойота	Нет тойоты	
Есть мерседес	442	***208***	650
Нет мерседеса	b	x	*1050*
	980	*720*	1700

Далее, по второму столбцу: $x = 720 - 208 = 512$.
Итак, решение получено.

	Есть тойота	Нет тойоты	
Есть мерседес	442	*208*	650
Нет мерседеса	b	***512***	*1050*
	980	*720*	1700

Для того чтобы проверить результат, можно использовать данные по первому столбцу: $b = 980 - 442 = 538$.

	Есть тойота	Нет тойоты	
Есть мерседес	442	*208*	650
Нет мерседеса	***538***	*512*	*1050*
	980	*720*	1700

Осталось убедиться в том, что числа во второй строке согласованы между собой: $538 + 512 = 1050$.

Итак, ответ на поставленный вопрос: 512 семей не имеют ни тойоты, ни мерседеса.

§ 4. Элементы геометрии (1)

Последовательно, на научной основе, вводятся понятия *угла* и *градуса* как меры измерения угла.

К сказанному в параграфе можно добавить, что один градус составляет 1/180 часть развёрнутого угла. Для измерения и построения различных углов применяют инструмент, который называется транспортир. Для построения прямого угла пользуются чертёжным треугольником. Очень важно научить детей правильно пользоваться этими инструментами.

В изложенном материале сказано, что прямой угол равен 90 градусов, развёрнутый угол равен 180 градусов. Поэтому можно попросить детей сформулировать определение прямого угла по-другому, т. е. *прямой угол равен половине развёрнутого угла*. Так же можно перефразировать определение перпендикулярных прямых – *прямые, которые при пересечении образуют прямые углы, называются перпендикулярными*.

Новым с методической точки зрения является активное использование понятий теории множеств, таких как *объединение*, *пересечение*, *разность*, для анализа соотношений между углами.

Тема: «Угол. Виды углов. Измерение углов»

Цели урока:

- дать понятие угла, классификацию углов в сравнении с развёрнутым и прямым, учить читать и записывать углы, вывести алгоритм измерения углов;
- развивать вычислительные навыки, мышление, память, навыки измерения;
- создать условия для развития математической речи учащихся, работать над формированием и развитием приёмов анализа и сравнения;
- дать условия для развития культуры общения, адекватной самооценки результатов деятельности учеников.

Оборудование: карточки для индивидуальной работы, белые листы бумаги, транспортир.

Ход урока

I. Организационный момент

II. Мотивация урока

Встретились как-то два древнегреческих учёных, Сократ и Гиппократ.

Сократ. Скажи, как, по-твоему, что общего между мореплавателем, открывшим ранее неизвестный остров и художником, составившим новую, никем ранее не виданную краску?

Гиппократ. Скажу, что тот и другой подарили миру то, чего не было до них.

Сократ. А в чём, по-твоему, различие между мореплавателем и художником?

Гиппократ. Мне кажется, что мореплавателя правильнее было бы назвать открывателем: ведь ему удалось обнаружить некий объект (остров), существовавший и прежде, о котором, однако, никто ничего не знал. Художника правильно было бы назвать изобретателем, поскольку он создал нечто такое (краску), о чём никто ничего не знал, и это краска прежде вообще не существовала.

Сократ. Лучшего ответа на мой вопрос и не придумать! Скажи мне теперь, а кем следует считать математика: открывателем или изобретателем?

Гиппократ. Ты задал мне трудный вопрос. И всё же давай разберёмся. Когда математик выступает как создатель нового понятия, которое исследует, он действует как изобретатель. Когда же он исследует понятие, созданное кем-нибудь другим, высказывает об этом какие-то новые утверждения или теоремы, то он уже действует как открыватель.

Сократ. Думаю, ты, верно судишь, дорогой Гиппократ, что математика можно считать и открывателем, и изобретателем!

III. Актуализация опорных знаний

Сегодня мы с вами, ребята, совершим пусть маленькие, но открытия. Давайте со всеми делиться теми идеями, которые придут нам в голову по ходу занятия. И не бойтесь, что скажите глупость – любая мысль может дать нам новое направление поиска.

Вы имеете представление об «угле», давайте ваше представление об «угле» покажем с помощью тех предметов, которые лежат у вас на столе. И попробуйте объяснить свои построения.

– Какие геометрические фигуры вам уже известны?

– Что такое луч?

IV. Изучение нового материала

Попробуйте сформулировать определение «Что такое угол».

Построение угла

– На листе тетради отметьте точку и обозначьте её буквой *A*. Проведите из точки *A* два луча. На сколько частей лучи разделили плоскость? Меньшую часть заштрихуйте цветным карандашом. Какую фигуру вы заштриховали? (Угол.)

Определение

Математики говорят, что прямая линия не имеет ни начала, ни конца, ни толщины.

Через точки A и B проведём прямую линию:

Рисунок 1[1]

Часть прямой, лежащая по одну сторону от точки на ней, называется **лучом.** Часть прямой, лежащая между двумя точками, включая эти точки, называется **отрезком.**

На рисунке 1 можно увидеть 4 луча: вправо от точки A; влево от точки A; вправо от точки B; влево от точки B, а также отрезок AB.

Два луча, выходящих из одной и той же точки, называемой **вершиной**, образуют **угол.**

Рисунок 2

Переход к градусной мере угла.

Из истории

Когда же появился транспортир? Оказывается, эта угловая мера возникла много тысяч лет тому назад. Предполагают, что это было связано с созданием первого календаря. Древние математики нарисовали круг и разделили его на столько частей, по количеству дней в году. Но они думали, что в году не 365, а 360 дней. Поэтому круг, обозначающий год, они разделили на 360 равных частей. Такое изобретение было очень полезным, на нём можно было отмечать каждый прошедший день и видеть, сколько дней осталось до конца года. Каждой части дали название – градус. Градусная мера сохранилась и до наших дней.

А теперь давайте подробнее рассмотрим ваши транспортиры.

Полукруглая шкала транспортира разделена на 180 частей или градусов; также есть центр транспортира, который ещё является

[1] Здесь и далее нумерация рисунков соответствует нумерации в учебнике. Рисунки, не вошедшие в учебник, не нумеруются.

вершиной развёрнутого угла. У некоторых транспортиров есть двойная шкала, которая позволяет более удобно и точно измерять и строить углы. В зависимости от градусной меры углы бывают **острые**, **прямые**, **тупые** и **развернутые**.

Точка пересечения двух прямых определяет 4 луча. Если эти лучи образуют 4 одинаковых угла, то прямые называются **перпендикулярными**, а каждый из этих углов называется **прямым**.

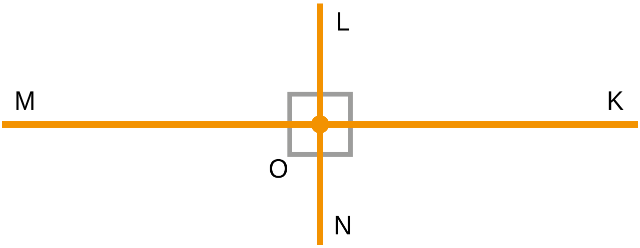


Рисунок 3

На рисунке 3 мы видим четыре прямых угла: угол *KOL*; угол *LOM*; угол *MON*; угол *NOK*. Если убрать луч *ON*, то получится угол *MOK*.

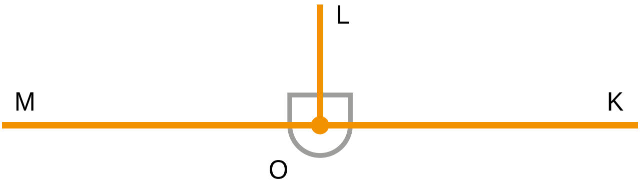


Рисунок 4

Такие углы называются **развёрнутыми**. Угол MOK можно считать объединением углов *MON* и *NOK*. Поэтому он равен: 90° + 90° = 180°.

Для обозначения угла используется знак $\angle$. Так, вместо того чтобы писать угол *MON*, достаточно написать $\angle$*MON*.

Возьмём развёрнутый угол *POR*

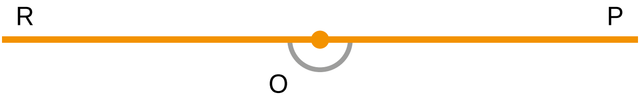


Рисунок 5

и разобьём его на два угла лучом *OS*:

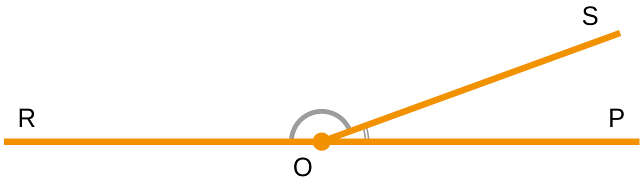


Рисунок 6

В итоге мы получим $\angle POS$ и $\angle SOR$. Такие углы называют **смежными**. Должно быть понятно, что их сумма равна 180°.

Задача

Если угол *EGF* равен 55°, то чему равен смежный с ним угол *FGH*?

Решение

Сумма смежных углов равна 180°. Поэтому $\angle FGH$ равен $180° - 55° = 125°$.

V. Физкультминутка. Виды углов руками

VI. Закрепление нового материала

Тема: «Периметр и площадь прямоугольника»

Цели урока:

- сформировать понятия: формула, площадь, периметр;
- научить работать с формулами площади и периметра;
- учить работать с учебником и выделять в нём главное;
- развивать умение слушать и формулировать свои мысли в ходе объяснения решения задачи;
- развивать умения анализировать, сравнивать, обобщать;
- формировать умение осуществлять самоконтроль и взаимоконтроль результатов учебной деятельности;
- воспитывать дружеские отношения в классе и умение работать в паре.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания

На прошлом уроке мы говорили о равных фигурах, о площади и периметре фигур.

– Какие фигуры называются равными? Каким свойством и обладают?

Проверим домашнее задание.

II. Новый материал

Четырёхугольник, у которого все углы прямые, называется **прямоугольником**.

Так как прямой угол содержит 90°, сумма углов прямоугольника равна 90° + 90° + 90° + 90° = 360°.

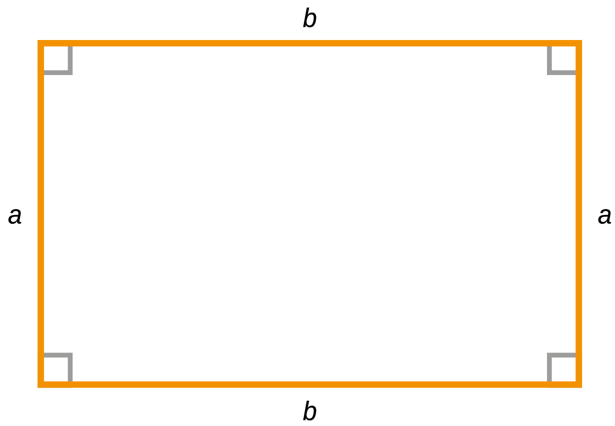


Рисунок 14

Примечание

Говоря об углах многоугольников, о числе градусов, которые содержат эти углы, мы имеем в виду углы, образованные лучами, частью которых являются соответствующие стороны многоугольника.

Стороны прямоугольника – основание и высота. Также используются названия длина и ширина. Прямоугольник, у которого все стороны равны, называется **квадратом**.

Сумма длин сторон многоугольника называется **периметром**. В частности, периметр прямоугольника равен:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b} = 2(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}).$$

Площадь прямоугольника есть произведение основания и высоты или, другими словами, длины и ширины: $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{ah}$, где $\boldsymbol{a}$ – длина основания, $\boldsymbol{h}$ – высота.

Задача

Основание прямоугольника равно 5 *см*, высота на 2 *см* больше основания. Определите периметр и площадь.

Решение

Высота прямоугольника равна 5 *см* + 2 *см* = 7 *см*. Поэтому периметр равен 5 *см* + 7 *см* + 5 *см* + 7 *см* = 24 *см*; площадь равна 5 *см* · 7 *см* = 35 квадратных сантиметров.

III. Закрепление

Решение примеров из каждого номера учебника.

IV. Самостоятельная работа

А сейчас попробуйте выполнить самостоятельно задания на карточке.

Заполнить таблицу

Квадрат

a	7		
S		25	
P			12

Прямоугольник

a	3	4	
b	5		3
S		24	
P			20

V. Взаимопроверка

– Проверьте решения у соседа по парте. Заполненную таблицу вложите в тетрадь с домашней работой. Оставшиеся примеры решите дома.

VI. Итог урока

Поставьте вопросы по теме урока.

Не менее важен материал, изложенный в задаче 4.9. Дело в том, что задача, в принципе, не сложная, но непривычная для традиционных курсов.

В этом параграфе начинается последовательное изучение многоугольников. Мы говорим об основных характеристиках прямоугольников и квадратов – *периметре* и *площади*.

Рекомендуем обратить пристальное внимание на исследовательское задание. Следует рассмотреть ещё несколько примеров прямоугольников с одинаковыми периметрами, а также прямоугольников с одинаковыми площадями.

Задача

Основание прямоугольника равно a *м*, высота h *м*. Определите периметр и площадь, зная, что:

1. a) $a = 20$, $h = 5$; b) $a = 10$, $h = 10$; c) $a = 4$, $h = 25$.

Сравните результаты.

2. a) $a = 15$, $h = 15$;   b) $a = 10$, $h = 20$;   c) $a = 5$, $h = 25$.
Сравните результаты.
3. a) $a = 9$, $h = 8$;   b) $a = 12$, $h = 5$;   c) $a = 7$, $h = 10$.
Сравните результаты.
4. a) $a = 12$, $h = 12$;   b) $a = 16$, $h = 9$;   c) $a = 6$, $h = 24$.
Сравните результаты.

Такие задачи дадут учащимся возможность непосредственно убедиться в том, что:

Среди прямоугольников с одинаковой площадью квадрат имеет наименьший периметр.

Среди прямоугольников с одинаковым периметром квадрат имеет наибольшую площадь.

Эти утверждения являются яркими примерами из теории оптимизации – важнейшей отрасли математики. Более основательно элементы теории оптимизации изучают в 11 классе, в университетах, но мы считаем, что начать знакомить с ней пятиклассников очень важно.

4.9. Изменение периметра и площади прямоугольника

Задача

Из прямоугольника, высота которого 4 *см*, основание – 8 *см*, вырезали прямоугольник со сторонами 2 *см* и 1 *см*. Определите площадь и периметр полученной фигуры.

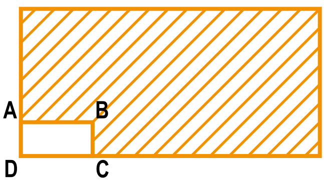
Решение

Так как площадь большого прямоугольника 4 *см* · 8 *см* = 32 *квадратных сантиметров*, а площадь малого 2 *см* · 1 *см* = 2 *кв.см*, площадь полученной фигуры равна 32 $см^2$ − 2 $см^2$ = 30 $см^2$.

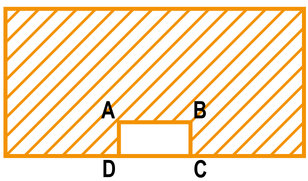
С периметром сложнее, так как его величина зависит от того, в каком месте вырезан малый прямоугольник.

Возможны 4 различные ситуации (рисунок 15).

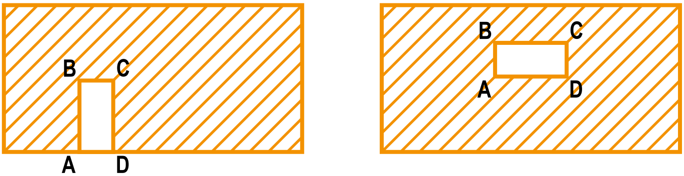
a) Малый прямоугольник вырезан из угла большого. В этом случае периметр равен периметру большого прямоугольника – мысленно передвиньте *AB* на место *CD*; *BC* на место *AD*. Поэтому периметр $P = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 8 = 24$ *см*.



a



b



c d

Рисунок 15

b) Малый прямоугольник вырезан на стороне большого так, что периметр равен периметру большого прямоугольника плюс две боковые стороны малого – мысленно передвиньте *AB* на место *CD*. Поэтому периметр $P = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 1 = 26$ *см*.

c) Малый прямоугольник вырезан на стороне большого так, что периметр равен периметру большого прямоугольника плюс два основания малого – мысленно передвиньте *BC* на место *AD*. Поэтому периметр $P = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 2 = 28$ *см*.

d) Малый прямоугольник вырезан внутри большого. В этом случае периметр равен периметру большого прямоугольника плюс периметр малого: $P = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 30$ *см*.

Так как задача непривычна, то даже люди с научными степенями высказывали определённое изумление при знакомстве с нею. Стоит обратить особое внимание на решение задачи, которая чуть отличается по формулировке.

Сторона квадрата равна 6 *см*. Из него вырезан квадрат со стороной 2 *см*. Определите площадь и периметр полученной фигуры.

Предложите учащимся вырезать из листов бумаги соответствующие фигуры. Они должны убедиться в том, что в данном случае возможны три принципиально разных варианта.

§ 5. Натуральные числа

Натуральные числа – это один из самых естественным образом возникающих математических объектов.

Натуральные числа – это числа, применяемые для счёта. Ноль (0) не является натуральным числом.

Важно различать понятия *цифра* и *число*. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 могут быть и цифрой, и числом, а 10, 11, и т. д. – это уже числа. Числа служат для счёта предметов, измерения величин. Цифра – знак, обозначающий значение числа. То есть число записывается при помощи цифр (24, 548 и т. п.).

Одна из главных задач параграфа – донести до учащихся смысл позиционной системы записи чисел. Возможно, изобретение позиционной записи чисел является одним из величайших достижений человеческой мысли. Мы настолько сжились с этой системой, она настолько естественна, что мы и не представляем себе, что может быть по-другому. А историки сообщают, что в средневековой Европе существовала научная степень *магистр деления*. Вряд ли человеческий разум очень сильно изменился с тех времён. Просто в те времена не использовали столь привычную для нас десятеричную позиционную систему.

Для чтения многозначных чисел их разбивают, начиная справа, на группы по три цифры в каждой. Эти группы называются **классами**. Три первые цифры справа составляют класс единиц, три следующие – класс тысяч, далее идут классы миллионов, миллиардов и т. д.

Чтобы прочитать число, называют слева по очереди число единиц каждого класса и добавляют название класса. Не произносят название класса единиц, а также класса, все три цифры которого – нули. Прочитаем число 28.365.000.467 – двадцать восемь миллиардов триста шестьдесят пять миллионов (пропускаем класс тысяч) четыреста шестьдесят семь. Так же важен обратный процесс, т. е. по описанию записать число цифрами.

Ясное понимание роли места цифры позволяет справляться с задачами следующего типа.

Задача

Если в двузначном числе цифру 5 переставить с первого места на второе, то число уменьшится на 9. Найдите это число.

Решение

В двузначном числе на первом месте стоят десятки. Поэтому, обозначив вторую цифру через x, искомое число можно записать в виде $5 \cdot 10 + x$, а число, полученное в результате перестановки, в виде $x \cdot 10 + 5$.

В итоге имеет место уравнение $(5 \cdot 10 + x) - (x \cdot 10 + 5) = 9$.

Решение: $x = 4$.

Следовательно, искомое число равно 54.

Тема, которая, несомненно, должна вызвать интерес у учащихся – задачи на определение возраста, определение дня рождения и им подобные. Советуем предложить учащимся поупражняться в составлении подобных задач, используя их собственные возраст и день рождения, такие же факты, связанные с их родителями, бабушками и дедушками.

Весьма интересными могут быть задачи, связанные с римской системой записи чисел. Можно предложить учащимся привести примеры использования римских чисел в окружающей жизни, на фотографиях, рисунках.

Также очень интересны задачи, связанные с записью чисел с помощью спичек.

Задача

1. Как от одиннадцати отнять два и получить один?
2. Как от четырёх отнять один и получить пять?

Решение

1. Нужно из трёх спичек составить римское число одиннадцать: XI. Если убрать – отнять две спички, то получится один: I.

2. Если из трёх спичек составить римское число IV и убрать одну спичку, то получится число пять: V.

Задачи со спичками весьма популярны и можно предложить учащимся составить свои варианты.

§ 6. Скорость, время, работа

Задачи на движение, работу, на нахождение скорости, расстояния, объёма работы и т. п. очень популярны. Умение решать такие задачи является обязательным для каждого, изучающего самый что ни на есть начальный курс математики.

Для успешного решения задач на движение нужно всё время держать в голове одну простую формулу $S = v \cdot t$, где S – путь, v – скорость, t – время.

Чтобы легко запомнить и понять эту формулу, задайте детям простой вопрос: «Сколько километров ты проедешь на велосипеде за 2 часа, двигаясь со скоростью 13 *км/ч*?»

Для решения задач на движение предложите следующий алгоритм:

1) прочитать задачу 2–3 раза;
2) сделать рисунок;
3) привести величины к одинаковой соразмерности;
4) составить и заполнить таблицу;
5) выполнить вычисления.

Задача

Самолёт пролетел 2511 *км* за 3 часа. С какой скоростью летел самолёт?

Решение

Подставив данные задачи в формулу $S = vt$, получим: $2511 = v3$. Отсюда получаем, что скорость самолёта была $v = 2311 : 3 = 837$ *км/час*.

Связь времени, скорости и расстояния имеет место и во многих других ситуациях. Поэтому в данном параграфе вводится понятие работы, производительности и времени. Ведь производительность есть ни что иное, как скорость выполнения работы, а саму работу можно связать с расстоянием. В итоге добавляем формулу работы:

$$A = P \cdot t,$$

где A – работа, P – производительность.

Поэтому мы предлагаем применить новый подход к обучению. После изучения данного параграфа задайте домашнее задание: составить самостоятельную работу из пяти задач. Эта работа должна быть написана на отдельном листке бумаги. На следующем уроке эти листки собираются, нумеруются, перемешиваются и раздаются учащимся в произвольном порядке. Затем выполненные работы можно отдать на проверку авторам заданий.

§ 7. Порядок действий, скобки

Нет особой необходимости лишний раз говорить о важности соблюдения порядка выполнения арифметических действий и о правильном использовании скобок.

Важно донести эту мысль до учащихся. Наиболее доходчиво это можно сделать с помощью правильно подобранных примеров.

Задача

Когда Дюша уходил на работу, Каныш сказала ему, что они должны вернуть соседям деньги. У одного было занято 1000 сомов и по 500 сомов у двоих, всего $1000 + 2 \cdot 500$. Эти деньги можно взять у Калыка, который должен им. Через некоторое время Дюша позвонил Каныш и сообщил, что Калык отказывается, говоря, что с него требуют слишком много.

В процессе разбирательства выяснилось, что Дюша и Калык неправильно поняли Каныш. Они посчитали, что

$1000 + 2 \cdot 500 = 1002 \cdot 500 = 501\,000$ сомов.

Мы думаем, что Ваши ученики сразу поймут ошибку, но это даст Вам повод поговорить о порядке выполнения арифметических операций.

Очень важным является обсуждение определения одночлена. В учебнике мы следовали определению, данному в толковом словаре по математике для школьников, опубликованном редакцией «Кыргызской энциклопедии» в 1989 году.

> Произведение и/или частное двух или нескольких чисел и букв называется **одночленом**.
>
> Например, 15, a, $2x$, cx, $3bc$, $x : 5$, $15 : t$, $11x : y$ – одночлены.
>
> Сумма или разность одночленов называется **многочленом**.

Понятно, что сумма или разность многочленов также будет многочленом. Например:

$1 - 5x$; $2a + 3$; $2x - 6 + cx$; $7 : x - 2y + 33 - 12u$ – многочлены.

Данное определение допускает отрицательные степени переменной. В то же время во многих других учебниках, в частности, в книге «Алгебра» академика С. М. Никольского[1], рассматриваются только буквы в положительной степени.

Поэтому во избежание разночтений и для того чтобы не забивать головы школьникам ненужными для них методическими спорами, рекомендуем не использовать примеры, в которых присутствуют отрицательные степени переменных.

Следующий тип заданий, по нашему мнению, очень важен и полезен.

В числовое выражение $6 + 34 \cdot 2 - 12 : 4$ *добавьте скобки так, чтобы результат был равен*: a) 20; b) 77.

Такие задачи, в узком смысле, учат работать со скобками и в то же время учат перебирать разные варианты, с тем чтобы выбрать из них нужный.

В задания на вычисления пункта 7.8 мы намеренно включили упражнения, которые не могут быть выполнены. Учащиеся должны понимать, что в окружающей жизни имеются задачи, которые нельзя выполнить в том виде, в котором они сформулированы.

Задания пунктов 7.10 и 7.11, а также им подобные, очень и очень важны и интересны. Уделите им, а также игре, правила которой приведены в конце параграфа, как можно больше времени.

Тема: «Порядок арифметических действий»

Задачи

- **Обучающая** – проверка знаний фактического материала учащимися, умений применять знания в стандартных условиях, а также в изменённых нестандартных условиях.
- **Развивающая** – развитие интереса, познавательной активности, навыков самоконтроля над логикой рассуждений, самостоятельности совершенствования вычислительных навыков.
- **Воспитывающая** – воспитание у учащихся навыков учебного труда, формирование ответственности за конечный результат, доброжелательного отношения друг к другу.

Тип урока: обобщение и закрепление знаний учащихся.

[1] Никольский С. М. Алгебра. – Москва: Наука, 1984.

Форма проведения урока: традиционная с элементами проблемного обучения и игровой деятельности.

Средства обучения: карточки для работы у доски, для самостоятельной работы, для домашней работы, для самостоятельной работы, оценочный лист на каждого ученика.

Ход урока

I. Вступительное слово учителя

Задача

Винни-Пух купил 5 горшочков мёда по цене 174 сома за каждый. Сколько денег осталось Винни, если у него была тысяча сомов? Собираясь после уроков решить эту задачу, Знайка написал на доске соответствующее числовое выражение: $1000 - 174 \cdot 5 =$

В этот момент его позвали, и Знайка вышел из класса. Через некоторое время в этот класс заглянул Незнайка и дописал свой вариант решения: он произвёл вычитание: $1000 - 174 = 826$, а затем умножил результат на пять: $826 \cdot 5 = 4130$.

Решение

Так как мы, в отличие от Незнайки, знаем условие задачи, то для нас очевидна абсурдность полученного решения – у Винни-Пуха была тысяча сомов, он совершил покупку, и в итоге у него оказалось 4130 сомов!

Конечно, дело в том, что Незнайка нарушил правило, которое гласит: умножение и деление должны выполняться раньше, чем сложение и вычитание.

Ошибку Незнайки исправил вернувшийся Знайка:

$1000 - 174 \cdot 5 = 1000 - 870 = 130$ сомов.

Столько денег осталось у Винни-Пуха.

При вычислениях умножение и деление выполняются раньше, чем сложение и вычитание.

Сложение и вычитание выполняются в том порядке, в котором они записаны:

$15 - 7 + 4 = 8 + 4 = 12$, но никак не $15 - 7 + 4 = 15 - 11 = 4$.

То же можно сказать и об умножении и делении:

$512 : 4 \cdot 2 = 128 \cdot 2 = 256$, но никак не $512 : 4 \cdot 2 = 512 : 8 = 64$.

II. Работа у доски. Самостоятельная работа

III. Домашняя работа. Подведение итогов и выставление оценок

§ 8. Целые числа

Понятно, что на ранних этапах своего развития человечество пришло к необходимости использования натуральных чисел. Нужно было знать количество членов племени, число мамонтов в соседней долине и так далее. Далее в связи с развитием ремёсел, торговли появилась потребность в отрицательных числах. Ведь наряду с доходами бывают и расходы, не все торговые операции приносят прибыль, после некоторых приходится мириться с убытками.

Некоторые математики считают, что с введением отрицательных чисел в школьную программу нужно тянуть как можно дольше, вплоть до 6–7 класса. Мы не согласны с таким подходом. Ведь в современном мире мы сталкиваемся с отрицательными числами с самого рождения, например, все слышат про отрицательную температуру воздуха. Поэтому нужно просто аккуратно ввести соответствующие понятия. Считаем, что правильный путь – это использование идеи расширения множества натуральных чисел. Можно ещё раз подчеркнуть тот факт, что сумма натуральных чисел всегда является натуральным числом. То же самое относится к операции умножения. Теперь перейдём к вычитанию.

Разность натуральных чисел может быть натуральным числом:

$$7 - 4 = 3;\ 777 - 544 = 233.$$

Иногда она равна нулю:

$$2018 - 2018 = 0;\ 999 - 999 = 0.$$

Можно отметить, что уже произошло расширение множества натуральных чисел – число ноль не является натуральным.

И, наконец, она может быть отрицательным числом:

$$7 - 19 = -12;\ 702 - 704 = -2.$$

Объединение этих множеств: натуральных чисел, нуля и отрицательных целых чисел – даёт множество целых чисел.

Забегая вперёд, отметим, что таким же образом, как результат операции деления, можно ввести множество рациональных чисел.

Не стоит недооценивать роль наглядности в математике. Если есть возможность проиллюстрировать ситуацию при помощи схемы, графика или картинки, не стоит этим пренебрегать.

Очень удобным инструментом для наглядного представления чисел является **числовая ось**. Возможно, даже уместно говорить о двух осях: от нуля вправо и от нуля влево. На этих осях положительные и отрицательные числа расположены симметрично относительно нуля. Эти числа называются **противоположными**. Этот факт закрепляется введением понятия модуля (абсолютного значения).

Модуль есть расстояние от нуля до заданной точки. А так как расстояние не может иметь знака минус, то модуль числа не может быть отрицательным. Для положительного числа и нуля он равен самому числу, а для отрицательного – противоположному числу.

Далее, развивая эту линию, можно прийти к пониманию того, что расстояние между двумя точками на числовой оси равно модулю разности координат точек.

Кстати, в повседневной жизни мы, не говоря об этом, регулярно используем центральную часть числовой оси. Принесите сами или попросите учащихся принести с собой термометр. Его обычно ставят вертикально. Однако если расположить термометр горизонтально, то это будет прекрасная наглядная демонстрация числовой оси.

Ещё один момент, на который желательно обратить внимание учащихся, – необходимость анализировать решение исходя из условий.

Задача

У Асылбека три отары овец. Известно, что:

a) в первой отаре 360 овец, во второй на 30 больше, а в третьей в три раза меньше, чем общее количество овец в двух первых отарах;

b) в первой отаре 350 овец, во второй на 45 меньше, а в третьей в два раза меньше, чем общее количество овец в двух первых отарах;

c) в первой отаре 360 овец, во второй в три раза меньше, чем в первой, а в третьей на 505 меньше, чем в двух первых отарах.

Сколько всего овец у Асылбека?

Решение

a) Так как в первой отаре 360 овец, во второй: $360 + 30 = 390$, а в третьей: $(360 + 390) : 3 = 250$ овец. Тогда $360 + 390 + 250 = 1000$ всего овец у Асылбека.

b) В первой отаре 350 овец, во второй: $350 - 40 = 305$, а в третьей: $(350 + 305) : 2 = 327{,}5$ овец. Понятно, что это «неправильная» задача – количество овец не может быть нецелым числом.

В то же время, если бы в задаче говорилось о количестве картошки в трёх погребах: в первом погребе 350 *кг* картошки, во втором на 45 *кг* меньше, а в третьем в два раза меньше, чем общее количество картошки в двух первых погребах, – то всё было бы нормально.

c) На этот раз во второй отаре: $360 : 3 = 120$ овец, а в третьей: $(360 + 120) - 505 = -25$ овец. Конечно, количество овец не может быть отрицательным. По всей видимости, в этих данных есть ошибка.

В то же время, если рассматривать такую же с математической точки зрения задачу, но в другой ситуации, то всё было бы нормально. Так, вполне разумна задача:

Наби продаёт лекарства. Подводя итоги деятельности своей фирмы, он обнаружил, что прибыль за первый месяц составила 360 тысяч сомов, во второй – в три раза меньше, чем в первый, а в третий – на 505 тысяч меньше, чем в двух первых месяцах. Какова прибыль Наби за три месяца вместе?

Понятно, что решение $360 + 120 + (-25) = 455$ вполне осмысленно и правдоподобно.

§ 9. Задачи на составление уравнений (1)

Трудно переоценить важность умения решать любые задачи. Если учитель будет пробуждать любознательность детей, наводящими вопросами помогать им решать задачи, то сможет привить им навыки самостоятельного мышления и развить способности своих учеников. С течением времени ученик поймёт, что математическая задача бывает столь же увлекательной, как и компьютерные игры. Саму задачу можно превратить в игру, в загадку, которую надо разгадать. **Решение задач – это работа нашего ума**.

Любое исследование, любое творчество начинается с постановки проблемы, т. е. с умения задавать вопрос.

Рассуждения при решении задач называют **составлением математической модели**. На этом этапе текст задачи переводится с обычного языка на математический.

Математической моделью является составленное **уравнение**.

Затем начинается **второй этап**, называемый работой с математической моделью. Здесь решается составленное уравнение.

Решив уравнение, переходим к **третьему этапу** – ответу на вопрос задачи.

Для составления математической модели нужно провести анализ задачи, результаты которого можно оформить в виде таблицы, схемы, рисунка, краткой записи.

Также при решении задач с помощью уравнений можно руководствоваться следующим алгоритмом:

1) **внимательно** прочитать задачу;
2) определить, какую величину принять за $\boldsymbol{x}$;
3) проверить соответствие единиц измерения величин;
4) составить уравнение;
5) решить уравнение.

Составить более простые уравнения помогают неформальные, но мудрые правила:

- Целое лучше дроби.
- Плюс лучше минуса.
- Умножение лучше деления (за x лучше принимать ту величину, которая в несколько раз меньше).

Задача

Анара купила картошки на 32 сома, морковки – на 15 сомов и лука – на 23 сома. Сколько денег было у Анары, если после этих покупок у неё осталось 130 сомов?

Решение

Обозначим через x искомое число – исходное количество денег – и получим уравнение: $x - 32 - 15 - 23 = 130$. Приведём подобные члены: $x - 70 = 130$, перенесём число 70 в правую часть со знаком плюс: $x = 130 + 70$ и получим ответ: $x = 200$.

Итак, мы выяснили, что у Анары было 200 сомов. Этот ответ согласуется с условиями задачи: после того, как она купила картошки на 32 сома, морковки на 15 сомов и лука на 23 сома, у неё осталось $200 - 32 - 15 - 23 = 130$ сомов.

После изучения данного параграфа задайте домашнее задание: составить самостоятельную работу из пяти задач. Эта работа должна быть написана на отдельном листке бумаги. На следующем уроке эти листки собираются, нумеруются, перемешиваются и раздаются учащимся в произвольном порядке. Затем выполненные работы можно отдать на проверку авторам заданий.

§ 10. Элементы геометрии (2)

В этом параграфе учащиеся знакомятся с прямоугольными треугольниками. И от того, насколько успешным будет их знакомство, фактически зависят все будущие успехи в изучении геометрии. На примере задачи пункта 10.2 можно увидеть, как умелое манипулирование прямоугольными треугольниками помогает решать достаточно сложные, на первый взгляд, задачи.

Задача

В прямоугольнике *ABCD*, высота которого равна 6 *м*, основание – 16 *м*, выделили четырёхугольник *EBFD* со сторонами *DE* и *DF*, равными 2 *м* и 4 *м* соответственно. Определите площадь *EBFD*.

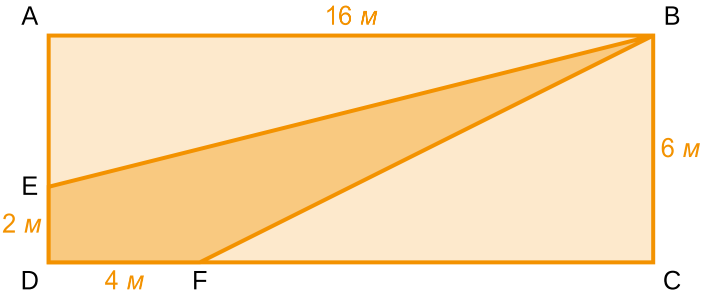


Рисунок 2

Решение

Четырехугольник *EBFD* можно получить, удалив прямоугольные треугольники *ABE* и *FBC* из прямоугольника *ABCD*. Поэтому искомая площадь есть разность соответствующих площадей.

Площадь прямоугольника *ABCD*: 6 *м* · 16 *м* = 96 *м*²; площадь прямоугольного треугольника *ABE*, так как длина *AE* = 6 *м* − 2 *м* = 4 *м*, равна (16 · 4) : 2 = 32 *м*²; площадь прямоугольного треугольника *FBC*, так как длина *FC* = 16 *м* − 4 *м* = 12 *м*, равна (6 · 12) : 2 = 36 *м*².

Следовательно, площадь *EBFD* = 96 *м*² − 32 *м*² − 36 *м*² = 28 *м*².

Также в данном параграфе начинается изучение простейших пространственных фигур. Это параллелепипед и куб. Полезно объяснить детям, чем отличаются геометрические фигуры на плоскости и объёмные фигуры. Плоская фигура (треугольник, прямоугольник) – это поверхность, у которой можно найти площадь. Пусть дети приведут примеры из окружающего мира. Объёмные фигуры – куб, параллелепипед. Предложите детям привести примеры из того, что их окружает. Пусть это будет коробка или аквариум. Что такое объём? Это всё, что заполнит коробку полностью, или количество воды, необходимое, чтобы заполнить аквариум.

Для того чтобы дети лучше поняли, что такое полная поверхность куба или параллелепипеда и из каких фигур они состоят, научите их делать развёртку этих фигур. Сделав модель из проволоки, дети поймут, что такое рёбра параллелепипеда и сколько их.

На задачах этого параграфа можно продемонстрировать учащимся глубокую и естественную связь между алгеброй и геометрией. В частности, вычисление площадей и объёмов плавно подводит нас к понятию степени.

Тема: «Прямоугольный параллелепипед. Объём»

Цели урока:

- обучающие: сформировать понятия объёма, вывести формулу для нахождения объёма прямоугольного параллелепипеда, дать понятие единиц измерения объёма;
- развивающие: развитие пространственного мышления, развитие практического мышления, развитие навыка самостоятельности в работе;
- воспитательные: воспитание интереса к изучению геометрии.

Оборудование: модели геометрических фигур (плоские и пространственные).

Ход урока

I. Организационный момент

II. Сообщение темы урока, целей и задач урока

Сегодня на уроке мы поговорим об объёмах, узнаем, как находить объём прямоугольного параллелепипеда, какие единицы измерения объёмов есть, где можно применить полученные знания.

III. Актуализация знаний учащихся

– Что же такое объём?

– Все вы практически ежедневно встречаетесь с такой геометрической фигурой, как прямоугольный параллелепипед. Что же мы знаем о прямоугольном параллелепипеде?

IV. Объяснение нового материала

На уроках математики вы знакомились с разными геометрическими фигурами. Какие геометрические фигуры вы знаете? (Учащиеся демонстрируют модели фигур: треугольник, квадрат, четырехугольник, шар, прямоугольный параллелепипед, куб.)

– Можно ли по внешнему виду разделить данные фигуры на две группы? (Да. Плоские, т. к. они лежат на плоскости, и пространственные, т. к. занимают часть пространства.)

Учащиеся разделяют фигуры на две группы.

– Из всех пространственных фигур укажите прямоугольный параллелепипед.

– Назовите элементы прямоугольного параллелепипеда.

– Сколько граней имеет прямоугольный параллелепипед?

– Какую форму они имеют?

– Сколько вершин имеет прямоугольный параллелепипед?

– Сколько рёбер имеет прямоугольный параллелепипед? Назовите ширину, длину, высоту. (Учащиеся отвечают на поставленные вопросы.)

– Мы умеем измерять длину отрезка, площадь прямоугольника, квадрата?

– Каким образом можно решить следующую задачу: «Бассейн прямоугольной формы заполняется водой. Сколько воды заливается в бассейн глубиной 2 *м*, если его длина 50 *м*, а ширина 20 *м*?» (Учащиеся пытаются решить задачу и приходят к выводу, что есть ещё одна единица измерения – величина, с помощью которой можно измерить объёмы.)

Вывод: Любая пространственная фигура занимает часть пространства, т. е. имеет объём. Для измерения объёмов вводятся единицы измерения.

– Для измерения объёмов также вводятся единицы измерения.

– Чтобы решить поставленную задачу, необходимо найти формулу объёма прямоугольного параллелепипеда.

– Для вывода формулы объёма прямоугольного параллелепипеда разберём задачу.

Задача

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению его длины, ширины и высоты: $V = a \cdot b \cdot h$ – запись в тетрадь.

– С какой формулой сегодня познакомились? Для чего нужна данная формула? (Вывод делают учащиеся.)

Задача

Сколько литров воды вмещает канистра с размерами 20 *см*, 30 *см* и 40 *см*?

Решение

Объём канистры равен $20 \cdot 30 \cdot 25 = 15\,000$ *см*³.

Один литр – это один кубический дециметр, или сокращенно: 1 *л* = 1 *дм*³.

Так как в одном дециметре 10 сантиметров,

$1\ дм^3 = (10\ см)^3 = 10\ см \cdot 10\ см \cdot 10\ см = 1000\ см^3$.

Разделив 15 000 на 1000, получим ответ: канистра вмещает 15 литров.

V. Закрепление знаний

Для закрепления знаний решаем примеры, данные в книге.

Зная формулу вычисления объёма прямоугольного параллелепипеда, какие практические задачи можно решить? (Находить объёмы комнат, различных объектов, представляющих прямоугольные параллелепипеды.)

VI. Подведение итогов

– С какой формулой мы сегодня познакомились? Прочитаем эту формулу.

– Каким образом можно вычислить объём прямоугольного параллелепипеда?

– Какие единицы измерения вы знаете?

– Где можно использовать полученные знания?

§ 11. Выручка, затраты, прибыль, убытки

Этот параграф является новым по содержанию. В действующих учебниках практически отсутствуют задачи, в которых говорится о деньгах, прибыли, затратах и т. п. По всей видимости, авторы исходили из соображений о низменной природе денег. Однако жизнь показывает, что умение грамотно распоряжаться деньгами – это наука.

Наша страна должна быть в числе высокоразвитых, граждане Кыргызстана должны иметь все условия для высокопроизводительного труда и полноценного отдыха. Это возможно только в том случае, если экономика и бизнес будут развиваться в соответствии с экономическими законами. К сожалению, слишком много примеров того, что часто в бизнесе принимаются решения, противоречащие здравому смыслу.

Наверное, многие помнят планы по сборке белорусских тракторов в Кыргызстане. Скорее всего, даже элементарные расчёты должны были показать, что такой бизнес не может быть прибыльным. Слишком дорого привозить из Беларуси комплектующие, а после сборки возникает главный вопрос – где взять достаточное число покупателей на эти трактора? Даже в Казахстане, имеющем гораздо большее количество потенциальных покупателей, рыночную конкуренцию не выдержал существовавший ещё в советское время Павлодарский тракторный завод.

О том, как можно провести анализ бизнеса, определить зону убытков и зону прибыли, учащиеся узнают в этом параграфе. Нам кажется, что эти знания были бы нелишними для многих наших чиновников. Сразу же возникает вопрос: «А не рано ли для пятиклассников?» Надеемся, что после близкого знакомства с материалом параграфа

Вы убедитесь в том, что не рано. Для усвоения этого очень полезного и интересного материала достаточно использовать весьма простой с точки зрения математики инструментарий.

Что мы имеем в плане углубления математических знаний? Не акцентируя внимания на названиях «линейная функция», «линейное уравнение», мы активно работаем с функцией выручки, функцией затрат, которые являются типичными представителями линейных функций. В процессе решения линейных уравнений, наряду с определением зоны прибыли, вычисляются коэффициенты линейных функций, проясняется их экономический смысл.

Кроме того, ещё раз демонстрируется естественность появления отрицательных чисел – ими удобно показывать убытки.

§ 12. Задачи на составление уравнений (2). Отношение. Доли. Масштаб

В данном параграфе мы продолжаем усваивать методы составления и решения уравнений – учить школьников переводить явления окружающей жизни на язык математики. Как уже не раз говорилось, это очень важно. В наших силах сделать так, чтобы это было и интересно. В задачах этого параграфа фигурируют действующие лица великого романа А. Дюма *«Три мушкетера»*, герой знаменитого сериала *«Семнадцать мгновений весны»* разведчик Штирлиц и другие. Взяв эти сюжеты в качестве образца, можно предложить учащимся составить подобные задачи, предложив в качестве героев общеизвестных персонажей.

При изучении данного параграфа стоит заострить внимание на понятии ***отношение*** (соотношение, доля). Результатом должно стать понимание учащимися того факта, что это достаточно простые задания на решение линейных уравнений.

Стороны прямоугольника находятся в отношении 5 : 11, периметр равен 1,12 метра. Чему равны его стороны?

Условия задачи нужно понимать следующим образом. Периметр поделён на 5 + 11 = 16 равных частей. Если через x обозначить метры, соответствующие одной части, то основание равно $11x$, а высота $5x$. Следовательно, имеет место уравнение $11x + 5x + 11x + 5x = 112$ *см*. (Не забудьте о том, что имеются две пары равных сторон.)

Отсюда следует, что $32x = 112$, и поэтому $x = 112/32 = 3{,}5$ *см*.

Итак, выяснилось, что основание равно: $11x = 11 \cdot 3{,}5 = 38{,}5$ *см*, а высота: $5x = 5 \cdot 3{,}5 = 17{,}5$ *см*.

Завершает этот параграф тема «Масштаб». Очень советуем принести на урок несколько географических карт и поупражняться с учениками в определении фактического расстояния между различными пунктами.

§ 13. Соотношения между единицами измерения

Умение работать с разными единицами измерения, безошибочный перевод одних единиц в другие и обратно являются необходимым навыком для каждого человека.

Просто переводить одни единицы в другие, скорее всего, довольно скучное занятие. Поэтому важно суметь заинтересовать учащихся. Один из самых надёжных вариантов – связать эту работу с повседневной деятельностью. Например, выяснить: за сколько минут добирается тот или иной ученик от дома до школы? Затем предложить выразить это время в часах, секундах, сутках. Также беспроигрышный вариант – призвать на помощь сказочных, киношных и т. п. персонажей.

В этом параграфе продолжается знакомство со степенями. Учащиеся должны научиться понимать запись, использующую множитель вида 10^n.

В данном параграфе имеется сюжет о выдающемся тяжелоатлете, олимпийском чемпионе Каныбеке Осмоналиеве.

Рекомендуем поручить школьникам подготовить доклад о нём, можно устроить математическое соревнование.

Задача

1. Марафонец пробежал 42 *км* 195 *м* за 2 часа 20 минут 39 секунд. Определите его скорость в метрах в секунду.

2. Скорость самолёта 810 *км/час*. Сколько метров он пролетит за 24 секунды?

3. Скорость автомобиля 900 *м/мин*. Сколько километров он проедет за 2 часа?

Решение

1. Преобразуем данные в подходящие единицы измерения. Так как требуется узнать скорость в *м/сек*, то расстояние выражаем в метрах, время – в секундах: 42 *км* 195 *м* = 42 195 *м*; 2 часа 20 минут 39 секунд = 2 · 3600 + 20 · 60 + 39 = 8439 *сек*.

Следовательно, скорость марафонца равна 42 195 : 8439 = 5 *м/сек*.

2. Здесь требуется узнать количество метров за секунды. Для этого преобразуем скорость в метры в секундах:
810 *км* = 81 · 10 000 *м* = 81 000 *м*; 1 час = 1 · 3600 = 3600 *сек*,
следовательно, 810 *км/час* = 810 000 : 3600 = 225 *м/сек*. Отсюда получаем, что за 24 секунды самолёт пролетит 225 *м/сек* · 24 *сек* = 5400 м.

3. В этом случае нам нужны километры. Для этого сначала вычислим, сколько метров проедет автомобиль за 2 часа = 2 · 60 = 120 минут. Так как расстояние есть произведение скорости на время, автомобиль проедет 900 *м/мин* · 120 *мин* = 108 000 *м*. Мы получили, что за 2 часа автомобиль проедет 108 *км*.

§ 14. Обыкновенные дроби

По мере развития человечества постоянно возникала необходимость рассматривать части от целого. До определённого момента из ситуации выходили, вводя новые единицы измерения. Например, *дни – часы – минуты – секунды*. Но со временем в процессе измерения времени, веса, расстояний и т. п. постоянно возникала необходимость уточнения результатов вычислений. В итоге человечество пришло к понятию дроби. И чтобы было понятно, о чём речь, стали указывать, на сколько частей делится целое – знаменатель дроби, и сколько из этих частей нужно взять – числитель.

Со временем, как часто бывает, понятие усложнялось, появились неправильные дроби, смешанные дроби и т. п.

Для того чтобы прояснить понятие смешанной дроби, очень полезны задачи следующего типа.

Задача

Валентина покупает 3 килограмма лука по цене 13 *сом./кг* и подаёт 50 сомов продавцу. Сколько денег она получит обратно?

Решение

Так как стоимость покупки 13 · 3 = 39 сомов, она должна получить обратно 50 − 39 = 11 сомов.

На математическом языке этот процесс можно записать в виде

$$50 = 13 \cdot 3 + 11 \text{ или } \frac{50}{13} = 3\frac{11}{13}.$$

Это выражение читается «три целых одиннадцать тринадцатых». Стоит обратить внимание, что в данном случае синонимичным будет выражение «три целых ***и ещё*** одиннадцать тринадцатых».

Говоря о сравнении дробей с одинаковыми знаменателями или с одинаковыми числителями, стоит обратить внимание на то, что, фактически, имеет место сравнение целых чисел.

Тема: «Правильные и неправильные дроби»

Цели урока:

- ввести понятие правильных и неправильных дробей, показать эти дроби в сравнении с 1; формировать умения составлять и записывать дроби, решать задачи с использованием неправильных дробей;
- развитие математического мышления и логической речи учащихся, умения делать выводы, высказывать свои чувства и мысли, расширять кругозор учащихся, умение видеть знакомое в незнакомом;
- воспитание интереса к предмету, уважительного отношения к одноклассникам; прилежания, активности, внимания.

Тип урока: изучение и первичное закрепление новых знаний.

Задачи:

- мотивационная беседа с последующей постановкой цели;
- актуализация опорных знаний – устная работа, с помощью которой ведётся повторение основных фактов, ведущих идей и основных теорий на основе систематизации знаний;
- изучение нового материала;
- применение системы знаний и умений для выполнения практических заданий стандартного уровня;
- подведение итогов урока. Домашнее задание.

Ход урока

I. Мотивационная беседа

Сегодня на уроке мы вспомним, что знаем про обыкновенные дроби, и познакомимся с некоторыми их видами. Как же сделать так, чтобы изучаемый материал был не только понят, но и прочно усвоен? Французский писатель Анатоль Франс однажды заметил: «Учиться можно только весело… Чтобы переваривать знания, надо поглощать их с аппетитом».

Последуем этому совету писателя, постараемся быть внимательными, будем «поглощать знания» с большим желанием, они нам пригодятся в дальнейшем.

II. Актуализация опорных знаний

Индивидуальная работа по карточкам (3 ученика)
– Что называют долями?

– Как называют доли $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$?

– Что показывает знаменатель обыкновенной дроби?

– Что показывает числитель обыкновенной дроби?

– Как сравнить дроби с одинаковыми знаменателями?

– Как найти $\frac{2}{7}$ от числа 42?

– Как найти число, если известно, что $\frac{2}{8}$ от него равны 4?

– Какое число отмечено точкой на координатной прямой?

– Расположите числа в порядке возрастания.

$\frac{9}{13}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{7}{13}$, $\frac{3}{13}$, $\frac{8}{13}$, $\frac{1}{13}$.

– Расположите числа в порядке убывания.

$\frac{9}{17}$, $\frac{8}{17}$, $\frac{1}{17}$, $\frac{4}{17}$, $\frac{60}{17}$, $\frac{18}{17}$.

III. Изучение нового материала

Выражения $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{8}$ называются **обыкновенными** (простыми) **дробями**. При этом число, записанное над чертой, называется **числителем дроби**, под чертой – **знаменателем дроби**. Знаменатель показывает, на сколько частей нужно разделить исследуемый объект, числитель – сколько таких частей нужно взять. Черта между числителем и знаменателем понимается как знак деления. То есть, $\frac{3}{8} = 3 : 8$, $\frac{12}{19} = 12 : 19$, $\frac{12}{5} = 12 : 5$.

Обыкновенные дроби, у которых модуль числителя меньше модуля знаменателя, называются **правильными**, остальные – **неправильными**.

Например, $\frac{1}{4}$, $-\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$ – правильные дроби; $\frac{11}{4}$, $\frac{8}{7}$, $\frac{17}{6}$, $\frac{162}{81}$ – неправильные дроби.

Обыкновенные дроби также могут быть записаны с помощью косой черты: $\frac{1}{4} = 1/4$, $\frac{3}{8} = 3/8$, $-\frac{17}{6} = -17/6$.

IV. Решение примеров у доски

V. Итог урока. Домашнее задание

§ 15. Десятичные дроби. Сложение и вычитание

Как мы уже отмечали, переход к десятичной позиционной системе записи чисел дал мощный толчок к развитию математики и всех естественных наук. Как указано в учебнике, эти дроби первым начал последовательно применять знаменитый среднеазиатский математик и астроном Джемшид ибн Масуд аль-Каши, работавший в XV веке. Рекомендуем поручить учащимся подготовить сообщение об этом знаменитом учёном. Такие доклады расширяют пределы познания учеников, служат воспитанию чувства гордости за человечество.

Важно обратить внимание школьников на то, что в Англии, США и некоторых других странах дробную часть отделяют от целой с помощью точки, а если целая часть равна нулю, то нуль часто не пишут.

Сравните:

7,135	7.135
0,75	.75

То же вы можете видеть на дисплее калькулятора.

Для закрепления этой информации, так же, как и в других случаях, лучше всего подходит яркий пример.

В одной книге нам довелось встретить такую задачу: С помощью двух девяток и математических знаков записать число десять.

Потратив значительное количество времени и не добившись результата, мы заглянули в ответ и обнаружили такое решение: 9/.9 = 10. Конечно, нам, привыкшим писать **ноль** перед запятой, такое прийти в голову не могло.

Громадное удобство в работе с десятичными числами заключается в том, что они позволяют в полной мере использовать навыки работы с целыми числами. Поэтому при изучении десятичных дробей основное внимание нужно уделить демонстрации приёмов, которые сводят действия с десятичными дробями к действиям над целыми числами.

Так же, как и в случае целых чисел, для сравнения десятичных дробей полезно использовать числовую прямую.

Для отработки вычислительных навыков, связанных с десятичными дробями, будет полезно и интересно использовать волшебные таблицы, о которых говорится в Материалах для самостоятельной работы. Дополнительный импульс повышению заинтересованности учащихся придаёт то, что с появлением десятичной запятой появилась возможность использовать различные даты в качестве волшебных чисел. Думаем, что почти все пятиклассники с интересом выполнят задание на составление волшебной таблицы, в которой волшебным числом будет день их рождения. С тем же успехом можно использовать различные праздничные даты.

Задача

Убедитесь в том, что в данной таблице прячется главный мужской праздник.

Для того чтобы в этом убедиться, последовательно выберем числа из таблицы.

2,42	3,45	1,67
20	21,03	19,25
0,32	1,35	– 0,43

Сначала выберем 20.

После заклинания «сим-салабим» из таблицы исчезнут числа, стоявшие на одной строке и в одном столбце с выбранным числом:

	3,45	1,67
20		
	1,35	– 0,43

Теперь выберем – 0,43.

После следующего заклинания «ахалай-махалай» исчезнут числа, стоящие на одной строке и в одном столбце с этим числом:

	3,45	
20		
		– 0,43

Сложив получившиеся числа, получим нужную дату:

$$3{,}45 + 20 - 0{,}43 = 23{,}02.$$

Полезно будет убедиться в том, что число 23,02 получится, если начать с любого другого числа.

Практически всё, что мы изучали в предыдущих параграфах, полезно рассмотреть, используя десятичные дроби. В данном параграфе предлагается вернуться к одночленам и многочленам и рассмотреть их с десятичными коэффициентами.

Тема: «Сложение и вычитание десятичных дробей»

Цели урока:

- **образовательная** (создать условия для изучения алгоритма сложения и вычитания десятичных дробей);
- **развивающая** (создать условия для развития мыслительных операций: наблюдения, сравнения, обобщения, конкретизации; способствовать развитию математической речи; создать условия для развития внимательности при изучении нового материала, познавательного интереса);
- **воспитательная** (воспитывать навыки коммуникативности в работе, умение слушать другого, уважение к мнению товарища; воспитывать у учащихся такие нравственные качества, как настойчивость, аккуратность, инициативность, точность, самостоятельность, активность).

Тип урока: изучение нового материала.

Ход урока

I. Организационный момент

Учитель приветствует учеников. Разъясняет эпиграф к уроку: «Лучший способ изучить что-либо – это открыть самому». (*Д. Пойа*)

Сегодня мы как раз попробуем сделать это.

II. Актуализация знаний, устная работа

Учитель предлагает ученикам прочитать числа, сравнить дроби, выразить сантиметры в дециметрах.

III. Создание проблемной ситуации.

Задача. Один лист цветной бумаги стоит 2, 37 сомов, а другой 1, 26 сомов. Сколько сомов стоят два листа бумаги? На сколько первый лист бумаги дороже второго?

– Какое задание нужно выполнить? (Сложить десятичные дроби, выполнить вычитание десятичных дробей.)

– Почему у вас возникли затруднения? Что нам предстоит сегодня выяснить? (Не знаем алгоритм сложения и вычитания десятичных дробей. Нам предстоит выяснить, как складывать и вычитать десятичные дроби).

IV. Формулировка и объяснение темы

– Тема этого урока «Сложение и вычитание десятичных дробей». Давайте попробуем сформулировать цель сегодняшнего урока (Узнать правило сложения и вычитания десятичных дробей и научиться складывать и вычитать десятичные дроби.)

Ученики записывают тему урока в тетрадь. Учитель объясняет тему.

Для того чтобы сложить или вычесть десятичные дроби, нужно: уравнять количество цифр после дробной запятой, дописав при необходимости нужное количество нулей справа; затем так же, как при работе с целыми числами, расположить числа друг под другом и произвести действия, не обращая внимания на дробную запятую.

Задача

Вычислите.

a) 2,01 + 12,14
b) 7,812 + 1,3
c) 0,107 − 0,03
d) 0,00117 − 0,2
e) −12,09 − 23,456
f) 7 − 0,37

Решение

Задание a) – самое простое. Нужно просто записать числа друг под другом и сложить:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} 2,01 \\ 12,14 \end{array} \\ \hline 14,15 \end{array}$$

При выполнении задания b) полезно добавить два нуля в конце второго слагаемого:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} 7,812 \\ 1,300 \end{array} \\ \hline 9,112 \end{array}$$

В задании c) следует добавить один нуль в конце вычитаемого:

$$\begin{array}{r} _{-}\,0{,}107 \\ 0{,}030 \\ \hline 0{,}077 \end{array}$$

Задание d) будет выполнено в 2 этапа.

На первом нужно увидеть, что уменьшаемое меньше вычитаемого, и использовать скобки: 0,00117 − 0,2 = −(0,2 − 0,00117).

На втором этапе следует дописать нужное количество нулей, произвести вычитание:

$$\begin{array}{r} _{-}\,0{,}20000 \\ 0{,}00117 \\ \hline 0{,}19883 \end{array}$$

и записать ответ: 0,00117 − 0,2 = −0,19883.

Задание e) также удобно выполнить в 2 этапа. На первом этапе использовать скобки: −12,09 − 23,456 = −(12,09 + 23,456). На втором этапе дописать нужное количество нулей, произвести сложение:

$$\begin{array}{r} _{+}\,12{,}090 \\ 23{,}456 \\ \hline 35{,}546 \end{array}$$

и записать ответ: −12,09 − 23,456 = −35,546.

В задании f) добавим дробную запятую и два нуля в конце уменьшаемого:

$$\begin{array}{r} _{-}\,7{,}00 \\ 0{,}37 \\ \hline 6{,}63 \end{array}$$

Очень важное примечание

С десятичными дробями легко работать, используя калькулятор. Так, чтобы получить ответ ко второму заданию, наберите на дисплее калькулятора 7.812; нажмите кнопку «+»; наберите на дисплее калькулятора 1.3; нажмите кнопку «=». Если вы всё сделали правильно, на дисплее калькулятора высветится число 9.112.

Чтобы получить ответы к заданиям d) и e), не требуется прибегать к помощи скобок. Так, в задании d) наберите на дисплее калькулятора 0.00117; нажмите кнопку «−»; наберите на дисплее калькулятора 0.2; нажмите кнопку «=». Если вы всё сделали правильно, на дисплее калькулятора высветится число −0.19883.

В задании е) наберите на дисплее калькулятора 12.09; нажмите кнопку «+/−» – на дисплее калькулятора высветится число −12.09; нажмите кнопку «−»; наберите на дисплее калькулятора 23.456; нажмите кнопку «=». Если вы всё сделали правильно, на дисплее калькулятора высветится число −35.546.

К сожалению, в некоторых случаях, к счастью – в других, иногда под рукой не бывает калькулятора, иногда им запрещают пользоваться. Поэтому мы рекомендуем выполнить нижеприведённые задания как с помощью калькулятора, так и без него.

V. Применение новых знаний на практике. Работа у доски

VI. Повторение и закрепление изученного материала. Домашняя работа

§ 16. Умножение и деление десятичных дробей

Как уже говорилось, материалы в предыдущих параграфах полезно рассмотреть, используя десятичные дроби. В частности, это относится к соотношениям между единицами измерения. Так как в научном мире используется десятичная система, переводя одни единицы измерения в другие, мы можем лишний раз убедиться в том, насколько удобно работать с десятичными дробями.

В тех случаях, когда мы переводим килограммы в тонны, метры в сантиметры и т. п., приходится умножать и делить на 10, 100…

Как и в случае целых чисел, для десятичных дробей это очень простая операция.

Для того чтобы умножить десятичную дробь:
- на 10 – нужно перенести дробную запятую на одну цифру вправо:
  $2{,}17 \cdot 10 = 21{,}7$; $2{,}7 \cdot 10 = 27$; $0{,}0047 \cdot 10 = 0{,}047$;
- на 100 – нужно перенести дробную запятую на две цифры вправо:
  $2{,}117 \cdot 100 = 211{,}7$; $2{,}17 \cdot 100 = 217$; $0{,}000047 \cdot 100 = 0{,}0047$;
- на 1000 – нужно перенести дробную запятую на три цифры вправо:
  $12{,}1227 \cdot 1000 = 12\,122{,}7$; $2{,}117 \cdot 1000 = 2117$;
  $0{,}0047 \cdot 10 = 4{,}7$;

- на 10^n – нужно перенести дробную запятую на n цифр вправо (напоминаем, что 10^n – это число, которое начинается с единицы, а за единицей стоят n нулей):
  2,13457 · 104 = 21 345,7; 0,0251047 · 107 = 251 047.

Если цифр после дробной запятой не хватает, то нужно дописать справа недостающее количество нулей:

2,1 · 100 = 210; 2,17 · 10 000 = 21 700; 0,47 · 10^5 = 47 000.

Для доказательства справедливости вышеперечисленных утверждений достаточно представить десятичную дробь в виде обыкновенной и использовать правило умножения числа на дробь:

$$2{,}417 \cdot 10 = \frac{2417}{1000} \cdot 10 = \frac{24170}{1000} = \frac{2417}{100} = 24{,}17;$$

$$3{,}7 \cdot 1000 = \frac{37}{10} \cdot 1000 = \frac{37000}{10} = \frac{3700}{1} = 3700.$$

Известно, что из этой стройной системы несколько выбиваются единицы измерения времени. Поэтому стоит обратить отдельное внимание на них. Пятиклассники должны чётко понимать, что 2,2 часа – это не 2 часа 20 минут, а 15 минут – это не 0,15 часа.

§ 17. Бесконечные десятичные дроби. Округление. Окружность. Круг

При просмотре телевизионных передач, чтении газет и т. п. неоднократно приходится убеждаться в том, что очень часто совершаются ошибки при округлении чисел. Типичная ситуация: на экране написано 45,76%, диктор читает: сорок шесть целых семь десятых процента. А эти шесть сотых процента могут нести в себе миллионы сомов!

Интересный случай произошёл в начале этого века в США. Судили банковского служащего. Оказывается, он написал компьютерную программу, которая вместо округления результатов банковских операций просто отсекала цифры, стоявшие после сотых – то есть доли цента. Понятно, что эти доли попадали на счёт мошенника. Конечно, жульничать нехорошо, но отказать ему в изобретательности мы не можем.

В этом параграфе имеется задача про рост А. С. Пушкина. Известно, что он не дружил с математикой. В связи с этим можно говорить учащимся, что гении могут обойтись без хорошего знания математики, всем остальным без математики в жизни придётся туго.

Задача

Известно, что рост А. С. Пушкина был 5 футов 3 дюйма. Выразите его в сантиметрах, зная, что 1 фут = 30,488 *см*, а 1 дюйм = 2,54 *см*. Результат округлите до десятых.

Решение

Пользуясь приведёнными соотношениями между единицами длины, получим, что рост А. С. Пушкина был $5 \cdot 30{,}488 + 3 \cdot 2{,}54 = 160{,}06$ *см*. Округлив, получаем результат: 160,1 *см*.

Обратите внимание на задачи, связанные с географическими объектами. Они показывают, что сведения из географии могут быть неисчерпаемым источником математических задач. В то же время они показывают, как в процессе изучения математики можно расширять круг своих географических познаний.

Важно обратить пристальное внимание на пункт **«Координатная прямая»**. Умение оперировать координатами помогает прояснить многие сложные задачи, начиная со сравнения чисел и заканчивая очень важными задачами линейного программирования и т. п.

§ 18. Проценты

Следует всячески обращать внимание на то, что **процент** – это ни что иное, как сотая часть. Поэтому написать 25% = 0,25 – это правильно. Если учащиеся чётко уяснят тот факт, что один процент от числа – это сотая часть этого числа, то проблем с нахождением процента от числа у них не будет.

Для того чтобы учащиеся научились безошибочно решать задачи с процентами, желательно побольше практиковаться с данными из окружающей действительности. Это и полезно, и занимательно. В частности, как уже говорилось выше, можно брать географические данные. Их можно в большом количестве обнаружить в различных справочниках, энциклопедиях... С тем же успехом могут использоваться данные из биологии, химии.

1. Свежие фрукты содержат 90% воды, сухофрукты – 15%. Сколько *кг* сухофруктов получится из 8 *кг* свежих?

2. Турист преодолел 120 *км*. При этом, 30 *км* дороги он прошёл пешком, 30% преодолел на велосипеде, а оставшуюся часть дороги проехал на автобусе. Сколько % дороги он проехал на автобусе?

Надеемся, что Вы привыкли к нашей манере изложения материала. Поэтому Вас не должен удивить тот факт, что основная часть учебника заканчивается пунктами, в которых решается задача на составление уравнений. Как уже неявно говорилось, мы считаем, что математик, который не может перевести задачу на язык уравнений, неравенств и т. п. – не очень хороший математик.

Мы снова, на более высоком уровне, возвращаемся к табличному способу определения количества элементов множества. В скором времени мы будем активно использовать этот способ для изучения вероятности. Как известно, изучение элементов теории вероятностей и статистики является обязательным требованием к современному курсу школьной математики.

Так же, как и в других параграфах с задачами на составление уравнений, мы рассматриваем задачи с геометрическим содержанием. Как это ни удивительно, но положительная точка зрения на разделение курсов алгебры и геометрии – не редкость. Но дело в том, что в нынешних условиях урок геометрии бывает только раз в неделю. А за неделю обычный ученик с успехом забывает всё, чему его пытались научить на прошлом уроке. Об этом говорят практически все исследования по педагогике. Это с одной стороны. С другой стороны, кто сумеет чётко определить: к алгебре или к геометрии относится задача такого, например, типа?

Задача

Первая сторона треугольника равна 20 *см*, вторая сторона больше первой на 20%, а третья больше второй на 5 *см*. Определите периметр треугольника.

Относительно новый тип задач – это задачи на возраст. Они также могут дать возможность развернуться творческой энергии учащихся. Предложите им сочинить задачи, используя их возраст, возраст друзей, родителей, бабушек, дедушек.

Тема: «Проценты»

Цели урока

Обучающие: формирование у учащихся
- понятия «процент», обозначение процента;
- умений находить проценты некоторых единиц измерения;
- умений перевода процентов в дроби и обратно;
- умений нахождения несколько процентов от числа.

Развивающие:

- развитие умений и навыков сравнения;
- развитие внимания, математического мышления, находчивости, сообразительности, памяти;
- выявление закономерностей и обобщение учебного материала;
- развитие творческих способностей, интереса к математике, кругозора.

Воспитательные:

- воспитание взаимопонимания и уважительного отношения друг к другу;
- воспитание точности, аккуратности;
- воспитание стремления к непрерывному совершенствованию знаний;
- воспитание уверенности в себе, самооценки своих знаний в сравнении со знаниями одноклассников.

Тип урока: комбинированный.

Ход урока

I. Организационный момент

Обсуждение эпиграфа к уроку: «Гений – это 1% таланта и 99% труда». (*Томас Эдисон*)

II. Проверка домашнего задания

1) Проверка правил консультантами (итоги).

2) Проверка тетрадей с домашним заданием. Учитель собирает тетради.

3) Ответы на вопросы учащихся по д/з.

III. Актуализация знаний и подготовка к восприятию нового материала

1) Вычислить: (действия над десятичными дробями)

На доске записаны задания. Учащиеся по очереди дописывают ответы.

2,3 + 1,5 =	1 − 0,4 =
4,1 − 2 =	10 : 4 =
3,5 : 0,7 =	5,1 : 51 =
1,2 − 0,9 =	2 : 5 =
6,5 : 5 =	6,363 : 0,7 =

2) Выразить (учащиеся отвечают)

25 *кг* = _____ *ц*	7,6 *м* = _____ *см*
1,9 *р* = _____ *к*	18,9 *а* = _____ *а*

IV. Введение новой темы

Мотивация

– Итак, тема урока сегодня – «Процент». (Тема урока и план записаны на специальной доске. Ученики открывают тетради, записывают число и тему урока.)

На уроке вы узнаете: что такое процент, откуда появилось это понятие, научитесь переводить проценты в дроби и дроби в проценты, находить несколько процентов от числа.

– А что вы знаете о процентах? Знакомо ли вам это слово? Где слышали, встречали? (Учащиеся дают свои ответы на вопрос.)

Действительно, в нашей жизни человек очень часто сталкивается с понятием проценты: и в магазине, и в банке, и в аптеке, и в газете, и в журналах, и по телевизору, и в школе. Кроме того, полученные на уроках математики знания помогут вам в дальнейшем при решении задач по химии (например: узнать концентрацию соли в морской воде), физике, биологии (определить жирность молока). А также при сдаче экзамена (пример задачи на проценты из ОРТ).

– Что же такое процент?

Определение: сотая часть числа называется процентом. Какого числа? Любого, любой величины. Запишем в тетрадь $1\% = \frac{1}{100} = 0{,}01$.

– Откуда появилось это слово и что оно означает?

– Когда появилось понятие процента (история)?

Люди давно заметили, что сотые доли величин удобны в практической деятельности. Поэтому для них было придумано специальное название – процент. 1% – это одна сотая доля. Процент записывается так: 1%, 5%, 20%, 36%.

V. Упражнения

Задача

Майрам сказала Ильгизу, что 25% их одноклассников носят очки. «Неправда. Я точно знаю, что в нашем классе очки носит каждый четвёртый», – ответил Ильгиз. Прав ли Ильгиз?

Решение

Как уже говорилось ранее, дробную черту в выражении мы понимаем как знак деления. И если разделить 1 на 4, то получится 0,25, а так как 0,25 = 25%, Ильгиз сказал то же, что и Майрам, только другими словами.

Задача

Запишите в виде процентов: a) 0,29; b) 71,2; c) 0,3.
Запишите в виде числа: a) 77%; b) 520%; c) 0,06%.

Решение

Так как 1 = 100%, то для того чтобы записать число в виде процентов, нужно умножить его на 100 и приписать значок, обозначающий процент:

$0{,}29 = (0{,}29 \cdot 100)\% = 29\%;$

$71{,}2 = (71{,}2 \cdot 100)\% = 7120\%;$

$0{,}3 = (0{,}3 \cdot 100)\% = 30\%.$

Так как 1% = 0,01, то для того чтобы записать проценты в виде числа, нужно разделить его на 100 и убрать значок, обозначающий процент:

$77\% = 77 : 100 = 0{,}77;$

$520\% = 520 : 100 = 5{,}2;$

$0{,}06\% = 0{,}06 : 100 = 0{,}0006.$

VI. Итог урока. Домашнее задание

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

А1. Волшебная таблица

Этот параграф является новым, не встречающимся в действующих учебниках. Обычное возражение против включения подобных материалов в учебники: программа и так перегружена, мы не успеваем пройти имеющийся материал, а вы ещё что-то добавляете. В каком-то смысле такие высказывания справедливы. Но всё зависит от того, что добавляется. В данном случае предлагаемый материал поможет в усвоении основного программного материала, причём в занимательной форме. Главная цель параграфа – отработка вычислительных навыков. При вычислении волшебных чисел отрабатываются навыки сложения, при конструировании – навыки вычитания. При **вычислении волшебных чисел** в умножательных таблицах отрабатываются навыки умножения, при **составлении волшебных умножательных таблиц** – навыки деления.

При этом дополнительно вырабатываются навыки составления уравнений.

Более того, при внимательном рассмотрении можно увидеть, что навыки, выработанные при работе с этим материалом, в далёком будущем помогут при вычислении определителей матриц.

Особая ценность данного материала в том, что он позволяет развивать творческое воображение, изобретательность учащихся, используя весьма простой инструментарий. Дело в том, что волшебная таблица с любым волшебным числом очень легко конструируется. Так как желательно, чтобы преподаватель знал о предмете несколько больше учащегося, рекомендуем вам заглянуть в соответствующий материал в учебнике для 6-го класса. Для вашего удобства приводим его и здесь.

Раскроем секрет волшебной таблицы. Не торопитесь раскрывать этот секрет вашим пятиклассникам. Они его узнают в 6 классе. Иначе им будет неинтересно выполнять некоторые задания. Пусть они дождутся этого и, возможно, некоторые из них сумеют разгадать этот секрет сами. А вам знание этого секрета поможет составлять волшебные таблицы с любым волшебным числом. Произнося заклинания, мы выбираем по одному числу из каждой строки и столбца, а каждое число в таблице есть сумма образующих для каждой строки и столбца.

Что значит *образующая*?

Для того чтобы получить волшебную таблицу, в которой четыре элемента и спрятано волшебное число, разобьём его на 4 слагаемых – образующих – и закрепим за каждым из них одну строку и столбец.

Примечание

При разбиении на слагаемые первые 3 числа можно брать произвольным образом, а последнее будет равно разности между волшебным числом и суммой 3-х выбранных чисел.

В каждую клетку таблицы запишем сумму образующих соответствующей строки и столбца. Например, волшебная таблица с суммой чисел 21 может быть получена следующим образом. Разобьём число на образующие: 21 = 9 + 7 + 3 + 2; нарисуем таблицу и припишем к ней образующие:

	9	**7**
3		
2		

В каждую клетку таблицы впишем сумму соответствующих образующих:

	9	**7**
3	*12*	*10*
2	*11*	*9*

Легко убедиться, что получилась таблица с *волшебным* числом 21.

Для того чтобы получить волшебную таблицу, в которой после заклинаний «сим-салабим» и «ахалай-махалай» остаётся три числа с суммой, равной волшебному числу, разобьём это число на 6 слагаемых – образующих – и закрепим за каждым из них одну строку и столбец.

Примечание

При разбиении на слагаемые первые 5 чисел можно брать произвольным образом, а последнее будет равно разности между исходным числом и суммой 5-ти выбранных чисел.

В каждую клетку таблицы запишем сумму образующих соответствующей строки и столбца. Например, волшебная таблица с суммой чисел 101 может быть получена следующим образом. Разобьём число на образующие: 101 = 10 + 20 + 30 + 14 + 15 + 12; нарисуем таблицу и припишем к ней образующие:

	10	**20**	**30**
14			
15			
12			

В каждую клетку таблицы впишем сумму соответствующих образующих:

	10	**20**	**30**
14	24	34	44
15	25	35	45
12	22	32	42

Несложно убедиться в том, что полученная таблица является *волшебной*, а волшебство объясняется очень просто.

Произнося *волшебные* заклинания, мы каждый раз выделяем три числа, которые являются суммами образующих – то есть каждый раз, вычисляя сумму трёх выбранных чисел, мы вычисляем сумму образующих. Выбирая разные тройки чисел, мы формируем суммы, которые различаются только порядком слагаемых – образующих.

Так как известно, что **от перемены мест слагаемых сумма не изменяется**, результат сложения – всегда один и тот же.

Понятно, что так же можно составлять таблицы размером 4 × 4 – в этом случае понадобится 8 образующих, размером 5 × 5 и так далее.

Задача

Составьте волшебную таблицу:

a) размером 3 × 3, которая даёт в результате число 99;

b) размером 4 × 4, которая даёт в результате число 219.

Решение

Из вышесказанного следует, что решений у задачи много: таблица зависит от образующих, а образующими может быть любая группа соответствующего числа слагаемых, сумма которых есть волшебное число.

а) Эта таблица имеет 6 образующих – по одной образующей на каждую строку и столбец. Как уже было сказано, первые пять образующих можно брать произвольно, затем к их сумме добавить шестую так, чтобы получилось волшебное число. Выполняя такое задание в группе, можно предложить разным лицам называть любые числа по своему выбору. Пусть названы числа 21; 9; 17; 31; 5. Тогда волшебная таблица получится, если шестая образующая x удовлетворяет уравнению $21 + 9 + 17 + 31 + 5 + x = 99$.

Отсюда $x = 99 – 83$ и, следовательно, $x = 16$.

Осталось нарисовать таблицу, приписать к ней образующие:

	21	**9**	**17**
31			
5			
16			

и вписать в каждую клетку таблицы сумму соответствующих образующих:

	21	**9**	**17**
31	52	40	48
5	26	14	22
16	37	25	33

Проверив, убедимся в том, что полученная таблица является *волшебной*. Например, сумма чисел, стоящих по главной диагонали: 52 + 14 + 33 = 99.

b) Для этой таблицы нужно 8 образующих – по числу строк и столбцов. Выбираем первые семь образующих произвольно, пусть это будут числа 21; 19; 27; 13; 55; 2; 7, и к их сумме добавляем восьмую образующую y, так, чтобы получилось число 219.

Тогда получится уравнение 21 + 19 + 27 + 13 + 55 + 2 + 7 + y = 219.

Отсюда 144 + y = 219 и, следовательно, y = 75.

Осталось нарисовать таблицу, приписать к ней образующие:

	21	**19**	**27**	**13**
55				
2				
7				
75				

и вписать в каждую клетку таблицы сумму соответствующих образующих:

	21	**19**	**27**	**13**
55	76	74	82	68
2	23	21	29	15
7	28	26	34	20
75	96	94	102	88

Сумма чисел, стоящих на второй диагонали: 68 + 29 + 26 + 96 = 219, подтверждает правильность наших расчётов.

Знание секрета волшебной таблицы позволит Вам сконструировать таблицу с любым числом. В частности, можно составить таблицу, в которой будет зашифрован возраст мамы, папы, бабушки и т. п.

Приведём примеры такого рода заданий для учащихся.

1. Составьте таблицу 2 × 2, в первой строке которой будут стоять возраст мамы и папы, а волшебным числом будет возраст бабушки.

2. Составьте таблицу 3 × 3, волшебным числом которой будет количество витязей Манаса.

3. Составьте умножательную таблицу 2 × 2, в первом столбце которой будут стоять числа 13 и 37, а волшебным числом будет 1924 – год образования Кара-Киргизской автономной области.

Замечание

Выбирая образующие, проследите за тем, чтобы не получались отрицательные числа. Такого рода задания будут уместны после соответствующей темы.

А2. Криптография

Этот параграф и следующие за ним задачи на логику, внимание и сообразительность не входят в основную программу школьного курса математики. Предполагается, что они будут изучаться, если останется время. Хочется воскликнуть: найдите время для этого материала! Несколько наших коллег, которые работали с этим учебником на этапе апробации, сообщили, что их детям больше всего понравилась криптография и задачи на сообразительность. Кроме того, будет нелишне сообщить, что специалисты по защите информации, а туда ведёт дорога от параграфа «Криптография», в настоящее время находятся в числе самых востребованных и высокооплачиваемых. Учащиеся с удовольствием шифруют различные сообщения, пишут друг другу секретные записки. Дайте им возможность поиграть в разведчиков, секретных агентов.

А3. Задачи на внимание, логику и сообразительность

Мы уже говорили **о таких задачах**. Они нравятся детям, они очень полезны. Часть этих задач можно рассматривать в начале или в конце четверти, на уроках в конце года. То, что Вы не успели прорешать в течение учебного года, предложите прорешать летом. Необходимое условие: для того чтобы учащиеся захотели с этими задачами возиться летом, хотя бы малую их часть нужно пообсуждать в течение учебного года.

Далее приводятся развёрнутые методические указания по материалам нескольких параграфов. Они могут служить образцом анализа учебных материалов при подготовке к урокам.

АНАЛИЗ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

§ 1. Задачи на повторение программы начальной школы

15. Периза сложила свой возраст и возраст сестры – у неё получилось 52. Какой будет сумма их возрастов через год?[1]

В этом случае нужно обратить внимание на то, что через год единица прибавится к возрасту каждой сестры, то есть всего прибавится 2. В связи с этой задачей будет уместно предложить учащимся составить задачу, использовав свой возраст и возраст своих братьев и сестёр.

18. Значки на рисунке обозначают цифры (одинаковыми значками обозначены одинаковые цифры). Какую цифру обозначает знак ▼?[2]

▲ + ▶ = 5; ▶ + ▶ = 6; ▶ + ◀ = 7; ▲ + ◀ = ▼

Решение задачи легко получить, если начать со второго равенства. Если два значка ▶ равны 6, то один из них равен 3. Далее переходим к первому и третьему равенствам, и после них – к последнему.

20. Четырьмя цифрами: 0, 1, 2 и 1 – записан 2011-й год. Сколько ещё раз после этого год будет записываться теми же четырьмя цифрами?[3]

Важно понять, что цифра 2 может стоять только на первом месте.

21. Электронные часы показывают часы и минуты, например, 15:07 (15 часов 7 минут). Маленькой Дание очень нравится цифра 0, и она ждёт, когда эта цифра появится на часах. Чему равен самый большой промежуток времени, когда Дания может любоваться цифрой 0 без перерыва?[4]

Это промежутки времени с 0.00 до 1.10, с 10.00 до 11.10, с 20.00 до 21.10.

22. На столе лежит много карточек, на каждой из них написано одно из чисел: 3, 13 или 31. Какое самое маленькое количество карточек нужно взять, чтобы сумма всех чисел на них была равна 135?[5]

Так как нужно взять самое маленькое количество карточек, желательно взять побольше карточек с числом 31. Самое большое возможное число таких карточек – четыре, так как $31 \cdot 5 = 155$; $31 \cdot 4 = 124$. Но вариант с четырьмя карточками 31 не подходит, так как к ним нельзя добавить карточку 13 – будет больше, чем 135, а из карточек с 3 нельзя получить число $135 - 124 = 11$.

Поэтому на следующем шаге пробуем три карточки с числом 31. Так

[1] Ответы: 1) 51; 2) 52; 3) 53; 4) 54; 5) 56.
[2] Ответы: 1) 8; 2) 2; 3) 1; 4) 5; 5) 6.
[3] Ответы: 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 6.
[4] Ответы: 1) 100 мин; 2) 90 мин; 3) 80 мин; 4) 70 мин; 5) 60 мин.
[5] Ответы: 1) 8; 2) 15; 3) 7; 4) 45; 5) 6.

как 31 · 3 = 93, а 135 − 93 = 42, нам нужно набрать 42, взяв наименьшее количество карточек с 13 и 3. Для этого попробуем взять побольше карточек с 13 – можно три: 13 · 3 = 39. Ура! Так как 42 − 39 = 3, необходимую сумму получим, взяв ещё карточку с числом 3. Итак, нужно взять семь карточек: три карточки с числом 31, три карточки с числом 13 и одну карточку с числом 3.

25. К четырёхзначному числу, сумма цифр которого равна 3, прибавили двузначное и снова получили четырёхзначное число, сумма цифр которого равна 3. Какое число не может получиться таким образом?[1]

Рассмотрим вариант 1. Числом, предшествующим числу 2100, у которого сумма цифр равна 3, является число 2010.

Так как 2100 − 2010 = 90, число 2100 удовлетворяет условиям задачи.

Вариант 2. 2010. Предшествующее число с суммой цифр 3 – это число 2001. Но поскольку 2010 − 2001 = 9 – однозначное число, нужно рассмотреть меньшее число. Это число 1200. Так как разность 2010 − 1200 = 810 не является двузначным числом, получить число 2010 как сумму четырёхзначного числа, сумма цифр которого равна 3, и двузначного числа не удаётся. Следовательно, это искомое число. Для проверки убедимся в том, что оставшиеся числа можно представить в виде указанной суммы:

3) 1200 − 1110 = 90;

4) 1020 − 1002 = 18;

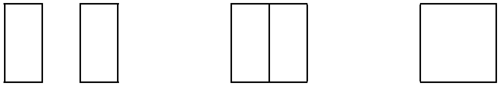
5) 1110 − 1020 = 90.

26. Из города *A* в город *B* вышли Садык и Толя. В это же время навстречу им из города *B* вышла Олеся. Через 2 часа Олеся встретила Садыка, ещё через час – Толю, а ещё через 3 часа она пришла в город *A*. Во сколько раз быстрее Толи шёл Садык?[2]

Прочитав внимательно условия задачи, поймём, что Олеся встретила Толю через 3 часа, а ещё через три часа она пришла в *A*. Следовательно, она затратила на дорогу 6 часов и шла с одинаковой скоростью с Толей. Садыка она встретила через 2 часа. Это значит, что Садык за 2 часа прошёл путь, который Олеся прошла за последующие 4 часа. Следовательно, Садык шёл в два раза быстрее Олеси и, соответственно, Толика.

27. Квадрат разрезали на 2 одинаковых прямоугольника с периметрами, равными 30 *м*. Чему был равен периметр квадрата?[3]

Решение становится понятным, если нарисовать картинку.



По сравнению с квадратом, у двух прямоугольников дополнительно

[1] Ответы: 1) 2100; 2) 2010; 3) 1200; 4) 1020; 5) 1110.

[2] Ответы: 1) 2; 2) 3; 3); 4) 5; 5) 6.

[3] Ответы: 1) 20; 2) 30; 3) 40; 4) 50; 5) 60.

две стороны, соответствующие линии разреза. Поэтому, если сторона квадрата x, то его периметр $4x$, а сумма периметров прямоугольников равна $4x + 2x$. Итак, имеет место уравнение $6x = 30 + 30$. Следовательно, сторона квадрата равна 10 *м*, а его периметр – 40 *м*.

29. В войске 6060 человек. На 10 солдат приходится один сержант, на 5 сержантов – один офицер, на 9 офицеров – один генерал. Сколько в войске солдат?[1]

Вместе с каждым генералом в войске:
$1 + 9 + 9 \cdot 5 + 9 \cdot 5 \cdot 10 = 505$ человек. Здесь $9 \cdot 5$ – число сержантов, число $9 \cdot 5 \cdot 10$ – солдат. Разделив $6060/505 = 12$, узнаем, что в данном войске 12 генералов. Тогда число солдат: $12 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 10 = 5400$.

30. На дне рождения было 14 детей таких возрастов: 7, 8, 9, 10 и 11 лет. Пятерым было по 10 лет, а больше всего среди гостей было одиннадцатилетних. Найдите общий возраст этих 14 детей[2].

Так как одиннадцатилетних было больше всего, то их хотя бы шесть. Тогда 7, 8 и 9-летних детей было не больше трёх: $14 - (5 + 6) = 3$. Получается, что было по одному такому ребёнку.

Тогда их общий возраст: $7 + 8 + 9 + 10 \cdot 5 + 11 \cdot 6 = 140$.

§ 4. Элементы геометрии (1)

Рекомендации

Учитывая содержание и объём данного параграфа, удобнее разбить его на следующие пункты:

4.1. Прямая линия, луч, отрезок

4.2. Виды углов

4.7. Периметр и площадь прямоугольника

4.1. Прямая линия, луч, отрезок

Основные понятия: плоскость, прямая линия, луч, начало луча.

При раскрытии этой темы следует заметить, что основные понятия не являются новыми терминами для учащихся. С ними они знакомились на занятиях в младших классах. Сейчас мы остановимся на примерах применения их в практической жизни, на их обозначениях, чтении обозначений. Рекомендуются следующие дополнения и уточнения к изложенному материалу учебника.

Встречающиеся вам в повседневной жизни *поверхность стекла в раме окна*, *поверхность пола*, *поверхность парты* могут дать вам представление о примерах плоскости. Только надо помнить, что

[1] Ответы: 1) 1200; 2) 5555; 3) 5400; 4) 5805; 5) 5425.

[2] Ответы: 1) 140; 2) 142; 3) 135; 4) 138; 5) 143.

плоскость не имеет границ – она бесконечна.

На плоскости отметим две точки: точку *A* и точку *B*. Если мы эти точки соединим с помощью линейки и продлим, то получим прямую линию. Прямая линия **бесконечна**.

Рисунок 1

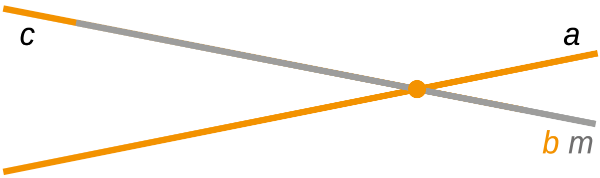
Через любые две точки прямой можно провести единственную прямую линию. Прямая линия обозначается двумя заглавными буквами (или одной маленькой буквой) латинского алфавита.

Читается: прямая линия *AB*, или прямая линия *BA*, или прямая линия *c*.

Встречаются прямые, лежащие на одной плоскости и не имеющие ни одной общей точки.

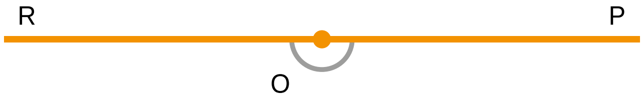
Но следует заметить, что иногда прямые, лежащие на одной плоскости, могут иметь одну или бесконечное множество общих точек.

Прямые, лежащие на одной плоскости, имеющие единственную общую точку, называются **пересекающимися**. Если они имеют бесконечное множество общих точек, то такие прямые называются **совпадающими**.



Прямые *a* и *c* – пересекающиеся. Прямые *b* и *m* – совпадающие.

Часть прямой, лежащая по одну сторону от точки на ней, называется **лучом**.



На прямой *RP* возьмём точку *O*. Точка *O* делит прямую *RP* на две части. Каждая из этих частей называется **лучом**. Точка *O* называется **началом** луча *OR*. Точка *O* также является началом луча *OP*. Точку *R* называют **концом** луча *OR*. Точку *P* – концом луча *OP*. Заметим, что **лучи бесконечны**, однако, в отличие от прямой, они имеют начало.

При чтении буква, являющаяся началом, читается в начале.

Читается: луч *OR*, луч *OP*.

4.2. Виды углов

Основные понятия: угол, прямой угол, смежные углы, развёрнутый угол, тупой угол, острый угол.

Два луча, выходящих из одной и той же точки, называемой **вершиной**, образуют **угол**.

Рисунок 2

Точка пересечения двух прямых определяет 4 луча. Если эти лучи образуют 4 одинаковых угла, то прямые называются **перпендикулярными**, а каждый из этих углов называется **прямым**.

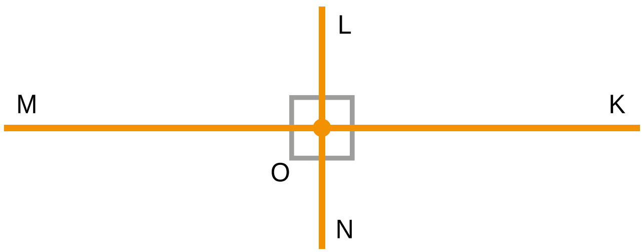


Рисунок 3

На рисунке 3 четыре **прямых угла**: угол *KOL*; угол *LOM*; угол *MON*; угол *NOK*.

Заметим, что при буквенном обозначении угла буква *O*, обозначающая вершину угла, ставится в середине.

Углы измеряются в градусах: **прямой угол равен девяноста градусам (90°).** Соответственно, четыре прямых угла дают триста шестьдесят градусов: $90° \cdot 4 = 360°$.

Градусная мера измерения идёт с древних времён – люди тогда считали, что в году 360 дней.

Кроме того, надо помнить, что 1 градус = 60 минут.

Это обозначается так: $1° = 60'$.

Если на рисунке 3 убрать луч *ON*, то получится угол *MOK*. Такие углы называются **развёрнутыми.**

Угол *MOK* можно считать объединением углов *MON* и *NOK* (см. рис. 3). Поэтому он равен $90° + 90° = 180°$ (см. рис. 4).

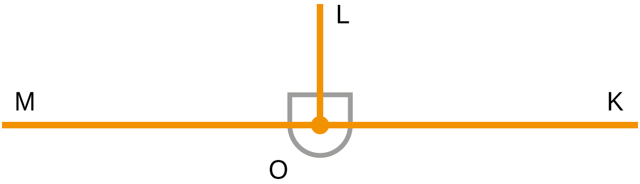


Рисунок 4

Развёрнутый угол равен 180°.

Угол *MOK* равен 180°.

Для обозначения угла используется знак $\angle$. Так, вместо того чтобы писать *угол MON*, достаточно написать $\angle$*MON*.

Возьмём развёрнутый угол *POR*

Рисунок 5

и разобьём его на два угла лучом *OS*:

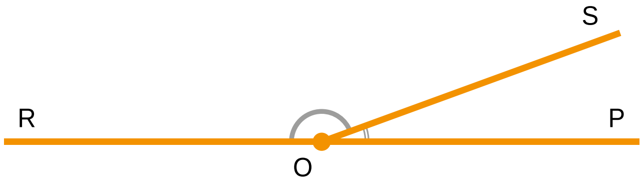


Рисунок 6

В итоге мы получим $\angle POS$ и $\angle SOR$. Такие углы называют **смежными. Сумма двух смежных углов равна 180°**.

> Углы, которые **больше**, **чем прямой угол и меньше**, чем развёрнутый угол, называют **тупыми.**
> Углы, которые **меньше**, **чем прямой угол**, называются **острыми.**

Рекомендуем

Устно прорешайте несколько задач следующего типа.

Задача

Если угол *SOP* равен 35°, то чему равен смежный с ним угол *ROS*? Какой из этих двух углов тупой, а какой острый?

Решение

Сумма смежных углов равна 180°. Поэтому $\angle ROS$ равен: 180° − 35° = 145°.

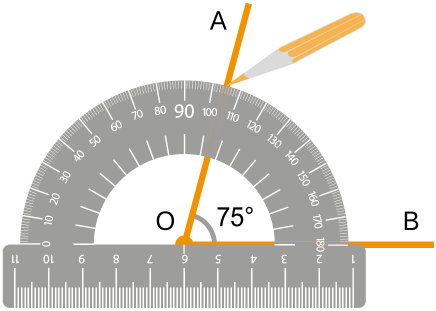
$\angle ROS$ = 145°. Это больше 90°. Следовательно, $\angle ROS$ тупой. Угол *SOP* равен 35°. Это меньше 90°, следовательно, $\angle SOP$ острый.

Нужно заранее приготовить для урока большой по величине транспортир или слайд с показом измерения угла с помощью транспортира.

Для точного построения, а также измерения углов используется **транспортир**. Как пользоваться этим инструментом, мы сейчас посмотрим.

Измерим углы на рисунке.

Для этого расположим транспортир так, чтобы точка *O* на прямом основании транспортира совпадала с вершиной угла, а само основание совпадало с одной из сторон угла, тогда пересечение второй стороны угла со шкалой транспортира покажет число градусов нашего угла.



При характеристике угла полезно начать с чертежа. При этом не обязательно точно отмерять углы: достаточно сделать примерный эскиз.

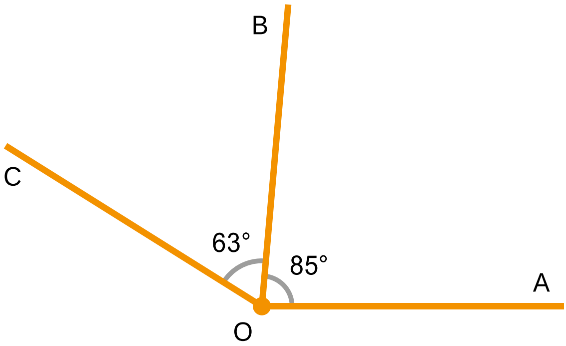


Рисунок 9

Согласно этому рисунку, $\angle AOB$ и $\angle BOC$ – острые. Однако $\angle AOC$ – тупой.

Если его измерить, то получим 148°. Следует заметить, что 85° + 63° = 148°.

Рекомендация

При работе с расположением углов на чертеже и их характеристиками можно использовать похожесть с диаграммами Венна при изучении множеств.

Задача

$\angle AOD = 75°$ и $\angle DOB = 43°$ имеют общую вершину O. Сколько градусов в разности этих углов, если в пересечении 33°?

Решение

Как уже говорилось, полезно начать с чертежа. Нарисуйте следующий чертёж:

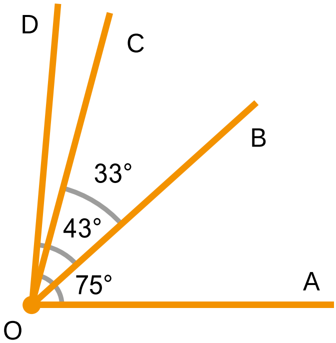


Рисунок 11

Из рисунка видно, что разность этих углов $\angle DOC = 43° - 33° = 10°$.

4.7. Периметр и площадь прямоугольника

Основные понятия: прямоугольник, квадрат, периметр прямоугольника, площадь прямоугольника, периметр и площадь квадрата.

> Четырёхугольник, у которого все внутренние углы прямые, называется **прямоугольником**.
> Так как прямой угол содержит 90°, **сумма углов** прямоугольника **равна** 90° + 90° + 90° + 90° = **360°**.

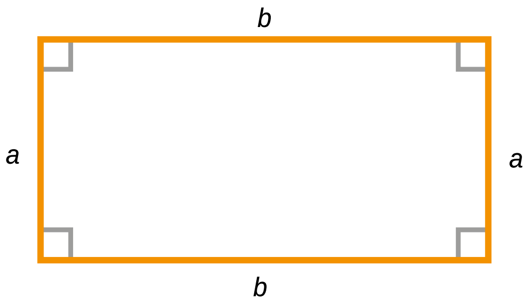


Рисунок 14

Стороны прямоугольника называются его **основанием** и **высотой**. Также используются названия **длина** и **ширина**.

Прямоугольник, у которого все стороны равны, называется **квадратом**.

Сумма длин сторон многоугольника называется **периметром.** В частности, **периметр прямоугольника** равен:

$$P = a + b + a + b = 2a + 2b = \mathbf{2(a + b)}.$$

Площадь прямоугольника есть произведение основания и высоты или, другими словами, длины и ширины: $S = ab = ah$, где a – длина основания, h – высота (ширина).

Задача

Определите площадь и периметр стены в классе, если длина стены равна 5 метров, а высота 3 метра? Сколько надо краски на покраску этой стены, если на один квадратный метр надо 50 граммов краски? Сколько времени потратит мастер на покраску этой стены, если 1 квадратный метр он красит за 15 минут?

Решение

Периметр: 2(5 + 3) = 16 *м*;
площадь: 5 · 7 = 35 *м*² (квадратных метров).
На покраску этой стены надо:
(35) · (50) = 1750 граммов = 1 килограмм 750 граммов краски.
На покраску этой стены мастер потратит:
(35) · (15) = 525 минут = 525 : 60 = 8,75 часа = 8 часов 45 минут.

Задача

Используя данные предыдущей задачи, решите такую же задачу о потолке этого класса, если известно, что потолок имеет форму квадрата.

Рекомендуем

Составьте и решите с учащимися подобную задачу по известным размерам поверхности парты, определив размеры с помощью линейки.

§ 5. Натуральные числа

5.7. Римские цифры.

Основные понятия: цифра, натуральные числа, система исчислений.

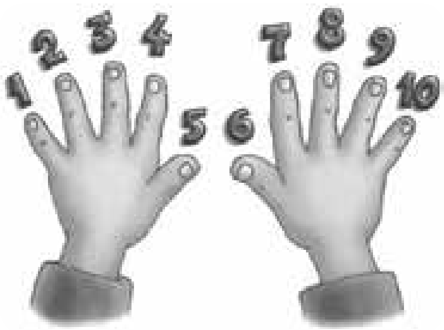
Рекомендации

Желательно заранее дать детям задание: найти в интернете или в библиотеке материал о богатой истории возникновения чисел и различных видах их обозначений. Дать им возможность рассказать на уроке подготовленный ими материал. Можно готовить по группам в виде презентации (слайды и т. п.).

Мы здесь приводим примеры римских и арабских обозначений.

В младших классах, как правило, запрещают использовать пальцы при счёте. Видимо, есть какие-то основания поступать так, но это не соответствует истории развития математики. Ведь десятичная система, которую мы используем, стала основной, потому что при счёте люди использовали пальцы. Как говорил знаменитый математик Н. Н. Лузин, «Преимущества десятичной системы не математические, а зоологические. Если бы у нас на руках были не десять, а восемь пальцев, то человечество пользовалось бы восьмеричной системой».

Яркой иллюстрацией того, что пальцы человека породили десятичную систему, служит следующая любопытная иллюстрация таблицы умножения.

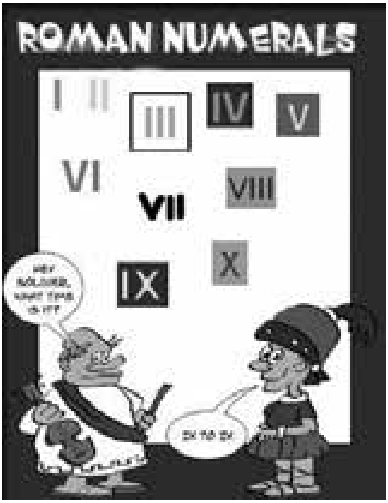


Для того чтобы умножать на 9, положите руки перед собой. Теперь, сгибая один палец, получите результат умножения номера этого пальца, если считать слева направо, на 9. Результатом будет число, количество десятков которого равно количеству пальцев, лежащих левее согнутого пальца, а количество единиц будет равно количеству пальцев, лежащих правее согнутого пальца.

Так, если согнуть средний палец левой руки – 3-й по счёту, то левее будут 2 пальца, правее – 7. Итак, мы видим результат: $3 \cdot 9 = 27$.

Если же согнуть средний палец правой руки – 8-й по счёту, то левее будут 7 пальцев, правее – 2. В результате имеем: 8 · 9 = 72.

Стоит отметить, что человечество не сразу пришло к позиционной системе исчисления. Во многих древних системах знаки для единиц, десятков и сотен были не похожи друг на друга. При такой записи числа знаки можно было располагать в любом порядке, значение записанного числа при этом не менялось. Такие системы называются непозиционными, и ими пользовались древние египтяне, греки, славяне и многие другие народы. Одна из этих систем до сих пор широко используется – это так называемые римские цифры. В этой системе единица обозначается так: I. Для того чтобы написать число три, мы пишем три такие палочки: III. Число пять обозначается как V, число десять – X, пятьдесят – L, сто – C, пятьсот – D, тысяча – M. Поэтому запись XXXVII означает число тридцать семь; MDCCCXVIII – тысяча восемьсот восемнадцать. Понятно, что это довольно громоздкая система, числа, записанные в такой форме, сложно перемножать и делить. В наше время их, как правило, используют для нумерации. Вы, возможно, видели надписи типа «XX век», очень часто места на пьедестале почёта для победителей спортивных состязаний обозначены римскими цифрами. При этом при записи римскими цифрами всё же используются элементы позиционного исчисления:



- знаки, обозначающие большие числа, пишутся раньше;
- подряд один знак ставится не более трёх раз;
- один раз знак, выражающий меньшее число, может быть написан раньше – это означает, что его значение должно быть вычтено: IV – это четыре; XIX – это девятнадцать; CCCXCVII – это триста девяносто семь.

Упражнение

Запишите числа, используя арабскую систему.

a) II = 2	c) IX = 9	e) XXVIII = 28	g) CXII = 112
b) VIII = 8	d) XII = 12	f) LIX = 59	

5.2. Позиционная система записи натуральных чисел

Рекомендуем обратить внимание учащихся на то, что «число» и «цифра» – это разные понятия.

> Числа 1, 2, 3, ..., употребляемые при счёте, называются **натуральными**.
> Множество натуральных чисел обозначается символом N.

Для записи натуральных чисел мы используем позиционную десятичную систему, называемую *арабской*. В ней используются десять значков, которые называются **цифрами**: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Весомость каждой цифры определяется местом.

Если читать (как это принято у арабов) запись натурального числа справа налево, то первая с конца цифра означает число единиц, вторая – десятков, третья – сотен и т. д.

Например: $46873 = 3 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 100 + 6 \cdot 1000 + 4 \cdot 10000$.

Произнесём вслух это натуральное число: сорок шесть тысяч восемьсот семьдесят три.

Запишите с учащимися несколько натуральных чисел так же, как в данном примере, произнесите их вслух.

Рекомендация

Отметьте ещё раз, что цифра и натуральное число – это не синонимы. Натуральное число составляется из цифр, как, например, слова из букв.

> Если при записи натурального числа использованы две цифры, то это двузначное число, если три цифры – трёхзначное, если четыре цифры – четырёхзначное...
> Если при записи натурального числа на первое место поставлен нуль или несколько нулей, то они не учитываются.
> Так, 0317 – трёхзначное число, 0044 – двузначное число. Как правило, 0 в начале натурального числа не пишут. Правильная запись этих чисел: 317; 44.

Научимся сравнивать натуральные числа. Первый шаг: чем больше мест занято цифрами, тем больше натуральное число. Среди чисел, одинаковых по значности, большее выбирается следующим образом: сначала сравнивают цифры, стоящие на первом месте в записи ряда натуральных чисел, затем на втором и т. д. и, наконец, на последнем месте. На каждом этапе сравнения большей цифре соответствует большее натуральное число. Например, в ряде чисел 517, 811, 47438, 1197, 67 *самое большое* – 47438, оно *пятизначное*.

5.5. День рождения

Задача

Отвечая на вопрос «Когда твой день рождения?», Знайка сказал, что он родился в марте, а сумма цифр дня его рождения равна 11. Определите день рождения Знайки.

Решение

Число дней месяца – двузначное натуральное число. Обозначим искомое число xy, где y – количество единиц, а x – количество десятков.

Тогда $x + y = 11$. Решим это уравнение методом подбора: x не может быть больше 3 (x – это число десятков, а в марте 31 день), поэтому решения вида $x = 4$; $y = 7$ не верны; решение $x = 1$; $y = 10$ неверно, потому что 10 не цифра.

Следовательно, уравнение имеет 2 решения:

a) $x = 2$; $y = 9$; b) $x = 3$; $y = 8$.

Ответ b) означает, что Знайка родился 38 марта, что невозможно. Отсюда вывод: Знайка родился 29 марта.

Рекомендация

1) Составить предварительно такого же рода задачу о дне рождении вашего ученика в данном классе, не упоминая его имени. Решить её в классе. Затем, после получения ответа, вставить имя. Это может послужить мотивацией к решению задачи.

2) Дать задание учащимся попробовать составить аналогичную задачу о себе – ученике.

§ 6. Скорость, время, работа

Основные понятия: скорость, длина пути – расстояние, объём работы.

> Расстояние (длина пути), пройденное телом за единицу времени, называется **скоростью** (точнее: **средней скоростью**).

Принятые обозначения: S – расстояние, которое проходит тело за время t, v – средняя скорость.

Между этими величинами существуют следующие связи:

$$\boldsymbol{S} = v\boldsymbol{t};\ v = \boldsymbol{S} : \boldsymbol{t};\ \boldsymbol{t} = \boldsymbol{S} : v.$$

6.1. Зависимость расстояния от времени

Сначала рассмотрим задачи на определение длины пути (расстояния) по известной скорости и времени.

Задача

Михаэль Шумахер[1] едет со скоростью 80 *км/час*. (Вы, конечно, это знаете, но на всякий случай напомним, что обозначение ***км/ час*** означает **километров в час**.) Шумахер, конечно, может ехать гораздо быстрее, но на соревнованиях, а в обычной жизни он соблюдает правила. Сколько километров он проедет за: a) 3 часа; b) 1,5 часа; c) 6 часов?

Рекомендация

Дайте учащимся задание найти более подробные сведения об этом выдающемся автогонщике, о его скорости на автогонках.

Решение

За 3 часа Шумахер проедет $80 \cdot 3 = 240$ *км*; за 1,5 часа $80 \cdot 1{,}5 = 120$ *км*; за 6 часов $80 \cdot 6 = 480$ километров.

Решение можно обобщить, написав формулу $S = 80t$.

Здесь S – расстояние, которое проедет М. Шумахер за время t.

Подставляя в эту формулу значения времени, мы можем узнавать, сколько километров проехал М. Шумахер за это время.

Так, если $t = 4$, то $S = 80 \cdot 4 = 320$. Эта запись означает, что за 4 часа Михаэль Шумахер проедет 320 километров.

Упражнение

1) Автобус едет со скоростью 60 *км/час*. Сколько километров он проедет за: a) 2 часа; b) 4 часа; c) 8 часов; d) 12 часов?

2) Решите эту же задачу, поменяв скорость автобуса на скорость самолёта.

Рекомендация

Уточните у учащихся, какой может быть скорость самолёта, вставьте в условие задачи.

3) Переведите условие задачи в другие меры длины и времени, решите задачу. Затем переведите полученный ответ в километры и сравните с ответом задачи 1.

4) Расскажите учащимся о жизни и успехах выдающегося кыргызского спортсмена Сатымкула Джуманазарова подробнее.

---

[1] Михаэль Шумахер – выдающийся автогонщик, многократный чемпион мира в классе «Формула-1».

6.3. Нахождение расстояния

Задача

Сатымкул Джуманазаров[1], готовясь к очередным соревнованиям, в первый день бегал 2 часа со скоростью 17 *км/час*, во второй – 3 часа со скоростью 14 *км/час*, в третий – 4 часа со скоростью 12 *км/час*. Сколько всего километров пробежал Сатымкул за три дня?

6.4. Определение времени или скорости по расстоянию

Наряду с вышеизложенными ситуациями довольно часто приходится рассматривать обратные задачи – задачи, в которых по известному расстоянию нужно найти скорость или время.

Задача

1) Самолёт пролетел 3000 *км* за 3 часа. С какой скоростью летел самолёт?

2) Бегун пробежал 2000 *м* со средней скоростью 375 *м/мин*. Сколько времени он затратил?

Решение

1) Подставив данные задачи в формулу $S = vt$, получим: $3000 = v3$. Отсюда получаем, что скорость самолёта была $v = 3000 : 3 = 1000$ *км/ час*.

Примечание

Может оказаться, что какое-то время самолёт летел быстрее, чем 1000 *км/час*, какое-то время медленнее. Для того чтобы подчеркнуть этот факт, говорят, что 1000 *км/час* – это средняя скорость самолёта.

Формула $\boldsymbol{S = v \cdot t}$ определяет расстояние, пройденное за время t при скорости v.

Обратными к формуле являются формула $\boldsymbol{v = S : t}$, позволяющая определить скорость по расстоянию S, пройденному за время t; а также формула $\boldsymbol{t = S : v}$, по которой можно найти время, потраченное на то, чтобы со скоростью v преодолеть расстояние S.

---

[1] Сатымкул Джуманазаров – выдающийся кыргызский спортсмен. Является единственным представителем из стран бывшего Советского Союза, ставшим призёром Олимпийских игр в марафонском беге.

6.6. Объём работы

Практически всё, что мы обсуждали, рассматривая связь времени, скорости и расстояния, имеет место и во многих других ситуациях.

Так, это имеет место, когда мы говорим о работе, производительности труда и времени. Дело в том, что производительность труда – это скорость, с которой работают.

Производительностью труда называется объём (количество) работы, выполненной в единицу времени.

> Формула $\boldsymbol{A = P \cdot t}$ определяет объём выполненной работы A за время t при производительности труда P.
>
> Обратными к формуле являются формула $\boldsymbol{P = A : t}$, позволяющая определить производительность труда по объёму работы A, выполненной за время t; а также формула $\boldsymbol{t = A : P}$, по которой можно найти время, потраченное на выполнение объёма работы A при производительности труда P.

Задача

Асан может изготовить 2 табуретки за 2 дня. Сколько времени ему понадобится, для того, чтобы изготовить 15 табуреток?

Решение

В этой задаче 15 табуреток – объём работы A, 2 табуретки за 2 дня, т. е. 1 табуретка за 1 день – производительность труда P.

Тогда по формуле $A = P \cdot t$ имеем $15 = 1t$.

Отсюда получим, что $t = 15$. Асан может выполнить данную работу за 15 дней.

§ 8. Целые числа

Рекомендация

При введении понятия целого числа рекомендуем начать с примеров, показывающих, что при подсчётах использование только множества натуральных чисел оказывается недостаточным. Практика, жизнь требует расширить это множество, добавив к ним новые элементы – отрицательные целые числа. Очень наглядными являются примеры с обозначением температуры.

Приведите пример, который приведён в учебнике, заменив роли: *Эльмира – учитель (вы), маленький сын* – это *учащиеся класса*.

8.1. Отрицательные числа

Учитель

– Давайте решим задачу:

Температура воздуха в полдень была равна 3°.

После этого в течение каждого часа она уменьшалась на 1°. Какой была температура в 7 вечера?

Решаем. Определим, какой была температура: через час: $3° - 1° = 2°$; затем через 2 часа: $2° - 1° = 1°$; через 3 часа: $1° - 1° = 0°$, (вода при этой температуре начинает превращаться в лёд); через 4 часа: $0° - 1° = \ldots$

– Ой. Не отнимается?

Учитель

– Ничего страшного. Переставьте числа местами и вычтите. А для того чтобы показать, что уменьшаемое меньше вычитаемого, перед ответом поставьте знак минус.

Вот так: $0° - 1° = -(1° - 0°) = -1°$.

Кроме того, заметим: чтобы, например, от минус 1 отнять минус 1, достаточно поставить скобки и вынести минус из скобок.

Вот так: $-1° - 1° = -(1° + 1°) = -2°$. Всё довольно просто! Закончим процесс решения нашей задачи о температуре.

Итак: в шесть вечера температура была $-2° - 1° = -(2° + 1°) = -3°$, а в семь вечера: $-3° - 1° = -(3° + 1°) = -4°$. (Лужи на улицах уже давно покрыты льдом.)

Запомните правило!

Если из натурального числа вычесть большее, то результатом будет отрицательное число.

Для того чтобы от меньшего положительного числа отнять большее, нужно переставить их местами, вычесть и перед результатом поставить знак минус.

Например:

$8 - 20 = -(20 - 8) = -12$.

Для того чтобы от отрицательного числа отнять положительное число, нужно поставить скобки и вынести минус, в скобках выполнить сложение.

Например:

$-1312 - 2000 = -(2000 + 1312) = -3312$.

Для того чтобы к отрицательному числу прибавить положительное число, нужно поставить скобки и вынести минус, в скобках выполнить вычитание.

Например:

$-28 + 4 = -(28 - 4) = -24$; $-18 + 4 = -(18 - 4) = -14$.

Вычислите значение числового выражения:
a) $10 - 14 = -4$;
b) $-17 - 28 = -45$;
c) $52 - 62 = -10$.
Посчитайте устно значения подобных числовых выражений.

8.2. Определение целых чисел

Заметьте и приведите примеры того, что разность натуральных чисел может быть:
- натуральным числом;
- равна нулю;
- отрицательным числом.

Все эти числа являются целыми.

Целыми числами называются числа, которые могут быть представлены в виде разности натуральных чисел.
Из определения целых чисел следует, что **множество целых чисел состоит из объединения**:
- множества **натуральных чисел**;
- множества **отрицательных целых чисел** (чисел, противоположных (по знаку) натуральным числам);
- числа **нуль**.

8.3. Числовая ось

Рекомендация

Привлечь внимание учащихся к тому, что множество целых чисел можно геометрически (наглядно) изобразить на некоторой прямой на плоскости, выбрав на ней точку *O* и масштаб (отрезок, длина которого считается равной единице). Эта прямая называется числовой осью. На ней существуют точки, соответствующие целым числам, но существуют точки, соответствующие и другим (не только целым) числам.

Дадим представление о числовой прямой.

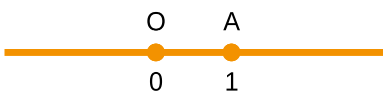


Рисунок 1

Возьмём горизонтальную прямую линию и отметим на ней отрезок *OA*. Левый конец отрезка обозначим цифрой 0 и назовём **началом координат**, правый – цифрой 1. Запись *A*(1) следует читать: *точка A имеет координату 1*.

В результате получили числовую ось. Каждой точке числовой оси сопоставляется число, и наоборот, каждому числу сопоставляется точка на числовой оси.

Например, отложив вправо от точки *O* два отрезка *OA*, получим точку *B*, выражающую число 2; пять отрезков – точку *C*, выражающую число 5.

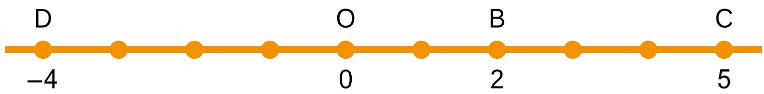


Рисунок 2

Отрезки, отложенные влево от начала координат, выражают отрицательные числа. Так, отложив влево от точки *O* четыре отрезка *OA*, получим точку *D*, выражающую число −4. Числа 2, 5, −4 называются координатами точек *B*, *C*, *D* соответственно. Этот факт записывают следующим образом: *B*(2), *C*(5), *D*(−4).

Запись *S*(21) означает, что точка *S* на числовой оси имеет координату 21; запись *T*(−7) – что точка *T* имеет координату −7.

Рекомендация

Отметьте, что на числовой оси очень просто сравнивать числа по величине: чем правее находится число, тем оно больше. Пять больше трёх, два больше нуля, один больше минус единицы, минус единица больше минус четырёх и т. д.

Упражнение

Изобразите на числовой оси и сравните числа: −6; 1; 5; −2; 4.

Самое большое из них – число 5. Оно лежит правее всех на числовой оси; самое маленькое: −6 – оно лежит на числовой оси левее всех.

8.4. Абсолютное значение (Модуль)

Точки, выражающие числа 4 и −4, находятся на одинаковом расстоянии от начала координат. Для того чтобы подчеркнуть этот факт, математики говорят, что числа 4 и −4 имеют одинаковое **абсолютное значение** (модуль).

Модуль числа – это расстояние от начала координат до точки, соответствующей этому числу. Таким образом, абсолютное значение, (модуль) как числа 4, так и числа (– 4) равен четырём. Символически это записывают так: $|4| = 4$; $|-4| = 4$.

Модуль числа 0 равен 0.

$|0| = 0$.

Упражнение

Изобразите на числовой оси и сравните по абсолютной величине числа: 5; −3; 2; 1; 6; −2.

8.5. Длина отрезка

Рекомендация

Отметьте, что понятие модуля даёт возможность посчитать длину отрезка на числовой прямой, не измеряя, а используя координаты точек, которые являются началом и концом отрезка на числовой оси.

Разность чисел 5 и 3 равна 2 – длине отрезка между точками, выражающими эти числа; разность чисел 5 и −3 равна $5 - (-3) = 8$ – и это тоже длина отрезка между соответствующими точками.

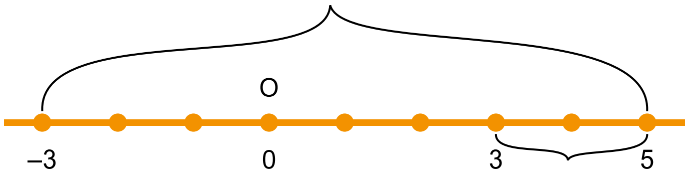


Рисунок 3

Эти равенства являются частными случаями следующего явления: **длина отрезка** числовой оси равна разности координаты точки, являющейся правым концом отрезка, и координаты точки, являющейся левым концом отрезка.

Итак, если точка A имеет координату a, точка B – координату b, то длина отрезка AB равна $b - a$. Символически это записывается так: $|AB| = b - a = |a - b|$.

Длина отрезка AB не зависит от направления измерения: от A к B или от B к A. Поэтому справедливо равенство: $|a - b| = |b - a|$.

Упражнение

Найдите длину отрезка, определяемого точками:
a) $A(4)$ и $N(-2)$;
b) $T(-3)$ и $O(0)$;
c) $N(-2)$ и $I(4)$;
d) $N(-3)$ и $A(7)$;
e) $U(-3)$ и $N(-4)$.

Положительное и отрицательное число, имеющие одинаковый модуль, называются противоположными.
Модуль числа нуль равен нулю.

8.7. «Отрицательное расстояние»

Рекомендация

Отметьте, что знак числа в задачах на движение имеет смысл направления движения.

Задача

Айджан едет со скоростью 56 *км/час*. Через 2 часа следом за ней со скоростью 88 *км/час* отправился Азат. На сколько километров больше проедет Айджан, когда Азат находится в пути: a) 1 час; b) 3 часа; c) 5 часов?

Решение

За 2 часа Айджан проедет $56 \cdot 2 = 112$ км. Поэтому, если обозначить через t время, которое находится в пути Азат, то за это время Азат проедет $88t$ километров, а Айджан $112 + 56t$ км, а разница d между расстояниями, преодолёнными Айджан и Азатом,

$d = (112 + 56t) - 88t.$

Поэтому через 1 час после выезда Азата Айджан проедет на

$d = (112 + 56 \cdot 1) - 88 \cdot 1 = 168 - 88 = 80$ км больше.

Через 3 часа Айджан проедет на

$d = (112 + 56 \cdot 3) - 88 \cdot 3 = 280 - 264 = 16$ км больше.

Через 5 часов Айджан проедет на

$d = (112 + 56 \cdot 5) - 88 \cdot 5 = 392 - 440 = -48$ км больше.

В последнем случае получился непонятный результат: – 48 километров. Разве так бывает? Оказывается, бывает. Знак минус говорит нам, что имеет место обратное. Величина d в нашей задаче показывает, на сколько километров больше проехала Айджан по сравнению с Азатом. Через час после выезда Азата Айджан проехала на 80 *км* больше, через 3 часа – на 16 *км* больше. Через 5 часов после выезда Азат проедет больше, чем Айджан, – он к тому времени обгонит Айджан. А так как величина d показывает, на сколько *км* Айджан опережает Азата, то через 5 часов она станет отрицательной, так как в это время уже Азат опережает Айджан.

8.9. Определение финансового состояния

Рекомендация

Отметьте, что отрицательный знак числа в задачах о количестве денег часто имеет смысл долга.

Задача

Азамат решил стать миллионером. После того как он в течение 7 лет получал ежегодную прибыль, равную 160 тысячам сомов, ему до желанной цели осталось 80 тысяч. Каким было финансовое положение Азамата в начальный момент времени?

Решение

В одном миллионе тысяча тысяч. Следовательно, через 7 лет у Азамата было $1000 - 80 = 920$ тысяч сомов, а заработал он за это время $160 \cdot 7 = 1120$ тысяч. Таким образом, у Азамата в начальный момент времени было $920 - 1120 = -200$ тысяч.

Отрицательное число в данном случае говорит нам, что в начальный момент времени Азамат был должен 200 тысяч сомов.

8.10. Арифметические операции с целыми числами

Рекомендация

Отметьте, что понятие модуля числа позволяет дать новое правило сложения чисел.

При работе с отрицательными числами бывает полезно использовать модуль и тот факт, что отрицательное число является произведением соответствующего положительного числа и минус единицы. Например: $-33 = (-1)33$.

- Чтобы сложить числа с одинаковыми знаками, складывают их модули и перед суммой ставят их общий знак. Примеры: $51 + 17 = 68$; $-15 - 71 = (-15) + (-71) = -86$.

- Чтобы сложить два числа с разными знаками, необходимо из большего модуля вычесть меньший и поставить знак числа с большим модулем. Примеры:

$-51 + 17 = -(51 - 17) = -34;$

$15 - 71 = 15 + (-71) = -(71 - 15) = -56.$

Знаки (+) и (–) при выполнении умножения и деления ставятся в соответствии со следующими образцами:

(+)(+) = (+)	$3 \cdot 2 = 6;$	$6 : 2 = 3;$
(–)(–) = (+)	$(-3)(-2) = 6;$	$(-6) : (-2) = 3;$
(–)(+) = (–)	$(-3)2 = -6;$	$(-6) : 2 = -3;$
(+)(–) = (–)	$3(-2) = -6;$	$6 : (-2) = -3.$

Расстановку знаков при выполнении умножения и деления легко запомнить с помощью следующих высказываний:

(+)(+) = (+) *Друг моего друга – мой друг*.

(–)(–) = (+) *Враг моего врага – мой друг*.

(–)(+) = (–) *Враг моего друга – мой враг*.

(+)(–) = (–) *Друг моего врага – мой враг*.

§ 9. Задачи на составление уравнений (1)

Умение решать задачи – такое же практическое искусство, как умение плавать или бегать на лыжах. Ему можно научиться только путём подражания или упражнения.

Д. Пойа

Основные понятия: уравнение, корень уравнения, решить уравнение.

9.1. Проверка корня уравнения

Рекомендация

Отметьте, что математика является универсальным языком науки.

Для того чтобы с помощью математики разобраться в проблемах окружающего нас мира, нужно суметь перевести изучаемую проблему на язык математики – язык математических символов, уравнений, неравенств, и т. д.

После этого решается математическая проблема – уравнение, неравенство, и т. д.

Оказывается, что очень большой круг проблем, касающихся самых различных сторон окружающей нас жизни, можно решить, используя алгебраические уравнения. Об этом мы будем говорить в течение всего этого учебного года.

Предметом особой гордости для нас может быть тот факт, что громадный вклад в развитие алгебры внесли учёные нашего региона.

Так, само слово **алгебра** произошло от названия сочинения Мухаммада аль-Хорезми «Китаб аль-джебр ва-ль-мукабала», написанного в IX веке. Эта книга, переведённая на латинский язык в XII веке, долгое время была основным пособием по математике в европейских странах. Также можно отметить, что самое популярное обозначение неизвестной x имеет свои корни в трудах среднеазиатских математиков.

Дадим определения.

Равенство, содержащее неизвестные числа, обозначенные буквами, называют **уравнением**.

Например: $5x = 36 + 4x$; $15x - y + 5 = 3(5 + 2y) - 4z$.

Значения неизвестных, которые превращают уравнение в верное числовое равенство, называются **корнями уравнения**.

Например: *число 36 является корнем уравнения* $5x = 36 + 4x$, *потому что* $5 \cdot 36 = 36 + 4 \cdot 36$.

Процесс нахождения корней уравнения называется **решением уравнения**.

В результате решения уравнения находят корень уравнения или показывают, что корней нет.

Рекомендация

Сначала уделите время развитию навыка правильного понимания обозначения неизвестного, умения выразить словами математическое выражение, содержащее неизвестные.

Задание

В одной фляге x килограммов, а в другой – y килограммов мёда.

1. Выразите словами следующие выражения:
а) $x + y$ (количество мёда в двух флягах вместе);

b) $x - 2$ (количество мёда в первой фляге после того, как из неё убрали 2 килограмма);

c) $y + 3$ (количество мёда во второй фляге после того, как в неё добавили 3 килограмма);

d) $x - y$ (разница в количестве мёда в первой и второй флягах);

e) $x + 2y$ (количество мёда в двух флягах вместе после того, как во второй фляге количество мёда увеличилось в 2 раза).

2. Выразите словами следующие равенства:

a) $x + y = 30$ (количество мёда в двух флягах вместе равно 30 килограммам);

b) $x - y = 4$ (количества мёда в первой фляге на 4 килограмма больше, чем во второй);

c) $x = 2y$ (количества мёда во второй фляге в 2 раза меньше, чем в первой фляге).

Для закрепления понятия корень (решение) уравнения решить задачи следующего типа.

Задача

Является ли число 6 корнем уравнения:

a) $4x = 28$; b) $2x - 6 = 14$; c) $3x - 7 = 17 - x$?

Решение

a) Подставим в уравнение вместо x число 6 и получим $4 \cdot 6 = 28$.

24 не может равняться 28. Следовательно, число 6 не является корнем уравнения $4x = 28$.

b) Заменив x на число, получим $2 \cdot 6 - 6 = 14$. Но это неверно, потому что выражение в левой части равно 6. Поэтому число 6 не является корнем уравнения $2x - 6 = 14$.

c) Подставив в уравнение $3x - 7 = 17 - x$ вместо x значение 6, получим $3 \cdot 6 - 7 = 17 - 6$; $11 = 11$ (верное равенство). Следовательно, 6 является корнем этого уравнения.

Рекомендация

Дайте учащимся следующие свойства уравнений и подчеркните, что они реально используются (указывают, что надо делать) в процессе нахождения корня уравнения (решения уравнения).

Значение корня не меняется, если в процессе решения
- перенести с противоположным знаком одночлен из одной части уравнения в другую;
- разделить все одночлены уравнения на одно и то же, отличное от нуля, число.

Для того чтобы решить уравнение, нужно собрать неизвестные в одну сторону уравнения, числа – в другую. При этом используются приведение подобных членов и перенос одночленов из одной части уравнения в другую. Затем остаётся разделить уравнение на коэффициент при неизвестной и получить решение.

Рекомендация

Коротко опишите этапы при решении текстовых задач с помощью введения неизвестных и составления уравнения.

Решение задачи начинается с внимательного прочтения. Нужно понять, что дано и что требуется найти. После этого составьте уравнение, обозначив буквой неизвестную величину. Как правило, при введении обозначений полезно опираться на поставленный вопрос. Решив полученное уравнение, нужно ясно себе представить, что означает найденный корень, и проверить его правильность, используя текст исходной задачи.

Рекомендация

Прокомментируйте подробно процесс решения некоторой текстовой задачи с помощью введения обозначения неизвестных и составления уравнения.

Приведём пример.

Задача

Решите задачу с помощью уравнения.

На поле площадью 30 га посеяли кукурузу и пшеницу. Найдите площадь участка, засеянного кукурузой, если известно, что площадь участка, засеянного пшеницей, на 9 га больше, чем площадь участка, засеянного кукурузой?

Разбор задачи

– В чём измеряется площадь? (*В гектарах, га.*)
– Какова общая площадь поля? (*30 га*)
– Какова площадь участка, засеянного кукурузой? (*Неизвестна.*)
– Эту неизвестную обозначим буквой x.

– Какова площадь участка, засеянного пшеницей? (*Неизвестна, но известна связь площади этого участка с площадью, засеянной кукурузой. А именно, площадь участка, засеянного пшеницей, на 9 га больше, чем площадь участка, засеянного кукурузой.*)

– То есть площадь участка, засеянного пшеницей, можно обозначить через ($x + 9$). Что ещё известно из условия задачи? (*Общая площадь поля, то есть сумма этих двух участков.*) В буквенном выражении это выглядит следующим образом: $x + (x + 9) = 30$.

Последнее равенство с неизвестным (*в нашем случае это x*) называется уравнением. Мы составили уравнение. Решим его. Для этого раскроем скобки: $x + x + 9 = 30$. Приведём подобные и получим: $2x = 30 - 9$; $2x = 21$, тогда $x = 21 : 2 = 10{,}5$.

Ответ задачи: площадь участка, засеянного кукурузой, равна 10,5 гектара.

Проверим правильность ответа: подставим найденное значение 10,5 неизвестной x в составленное уравнение. Это даст $10{,}5 + (10{,}5 + 9) = 30$; $30 = 30$. Получили верное числовое равенство. Это показывает, что задача решена верно.

Таким образом, при решении задач с помощью уравнений следуют алгоритму:

- обозначают некоторое неизвестное число буквой и, используя условие задачи, составляют уравнение;
- решают уравнение;
- истолковывают полученный результат в соответствии с условием задачи.

9.12. Нахождение числа элементов

Использование уравнений помогает справиться с большим кругом самых разнообразных задач. Следующая задача показывает, как уравнение используется для определения количества элементов некоторого множества.

Рекомендация

Обратите внимание учащихся на то, что использование различных схем, в частности таблиц, при решении задач облегчает процесс решения, делая его более наглядным. Для этого подробно рассмотрите 2 способа решения задачи, представленной ниже, а затем попробуйте решить её с изменёнными данными, используя данные вашего класса. Ответ легко проверить, посчитав количество учеников класса с данными характеристиками.

Задача

В классе из 28 учащихся 20 девочек, очкариков – 13, а число мальчиков-очкариков в два раза меньше числа девочек, не носящих очков. Сколько мальчиков не носят очков?

Решение 1 (обычный способ)

Количество мальчиков в классе равно 28 − 20 = 8.

Обозначим через x количество мальчиков, не носящих очков.

Тогда количество мальчиков-очкариков равно $(8 - x)$.

Количество девочек-очкариков равно $13 - (8 - x) = 5 + x$.

Количество девочек-не очкариков равно $20 - (5 + x) = 15 - x$. Это число равно удвоенному числу мальчиков-не очкариков, то есть имеем уравнение $15 - x = 2(8 - x)$.

Решаем. Раскроем скобки в правой части уравнения $15 - x = 16 - 2x$.

Перенесём число 15 в правую часть, а $(- 2x)$ – в левую часть уравнения (при этом не забываем поменять их знаки на противоположные). Это приведёт нас к равенству $2x - x = 16 - 15$.

Приведём подобные и получим $x = 1$. Вспомнив обозначения, получим, что количество мальчиков, не носящих очки, равно 1.

Решение 2 (с помощью таблицы)

Составим таблицу, обозначив через x количество мальчиков, носящих очки, D – множество девочек, G – множество учащихся, носящих очки. Тогда $\overline{D}$ – множество мальчиков, $\overline{G}$ – множество тех, кто не носит очков.

	G	$\overline{G}$	
D		$2x$	20
$\overline{D}$	x		
	13		28

На первом шаге можно заполнить 4-ю строку и четвёртый столбец.

	G	$\overline{G}$	
D		$2x$	20
$\overline{D}$	x		***8***
	13	***15***	28

Далее, ячейку на пересечении 2-й строки и 2-го столбца можно заполнить 2-мя способами: по строке и по столбцу. По строке: $20 - 2x$; по столбцу: $13 - x$.

	G	$\overline{G}$	
D	$\boldsymbol{20 - 2x}$ и $\boldsymbol{13 - x}$	$2x$	20
$\overline{D}$	x		**8**
	13	**15**	28

Следовательно, имеет место уравнение: $20 - 2x = 13 - x$. Его решение: $x = 7$. Тогда

	G	$\overline{G}$	
D	$\boldsymbol{6}$	$\boldsymbol{2x = 14}$	20
$\overline{D}$	$\boldsymbol{x = 7}$		**8**
	13	**15**	28

Закончим заполнять таблицу и получим ответ на поставленный вопрос.

	G	$\overline{G}$	
D	**6**	$2x =$ **14**	20
$\overline{D}$	$x =$ **7**	**1**	**8**
	13	**15**	28

Видимо, это какой-то «математический» класс – только один мальчик не носит очков.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Примерный календарно-тематический план
(4 часа в неделю, 136 часов в год)

№ урока	Содержание учебного материала	Примерные сроки изучения тем и проведения контрольных работ
	I четверть 4 урока в неделю, 38 уроков за четверть	
1–4	§ 1. Задачи на повторение программы начальной школы	1.09 – 8.09
5	Проверочная работа	11.09
6–11	§ 2. Множества	12.09 – 20.09
12–15	§ 3. Количество элементов множества	22.09 – 26.09
16–21	§ 4. Элементы геометрии (1)	28.09 – 9.10
22–26	§ 5. Натуральные числа	11.10 – 18.10
27	Контрольная работа № 1	19.10
28–32	§ 6. Скорость, время, работа	20.10. – 27.10
33–37	§ 7. Порядок действий, скобки	30.10 – 3.11
38	Контрольная работа № 2	6.11
	II четверть 4 урока в неделю, 26 уроков за четверть	
39–43	§ 8. Целые числа	13.11 – 20.11
44–50	§ 9. Задачи на составление уравнений (1)	21.11 – 30.11
51	Контрольная работа № 3	1.12
52–56	§ 10. Элементы геометрии (2)	4.12 – 12.12
57–63	§ 11. Выручка, затраты, прибыль, убытки	13.12 – 22.12
64	Контрольная работа № 4	26.12

№ урока	Содержание учебного материала	Примерные сроки изучения тем и проведения контрольных работ
	III четверть **4 урока в неделю, 40 уроков за четверть**	
65–72	§ 12. Задачи на составление уравнений (2). Отношение. Доли. Масштаб	11.01 – 20.01
73–75	§ 13. Соотношения между единицами измерения	22.01 – 27.01
76–83	§ 14. Обыкновенные дроби	29.01 – 31.01
84	Контрольная работа № 5	8.02
85–89	§ 15. Десятичные дроби. Сложение и вычитание	9.02 – 21.02
90–95	§ 16. Умножение и деление десятичных дробей	23.02 – 5.03
96	Контрольная работа	6.03
97–103	§ 17. Бесконечные десятичные дроби. Округление.	7.03 – 16.03
104	Контрольная работа № 6	
	IV четверть **4 урока в неделю, 32 урока за четверть**	
105–110	§ 17. Бесконечные десятичные дроби. Округление. Окружность. Круг	28.03 – 11.04
111–120	§ 18. Проценты	13.04 – 24.04
121	Контрольная работа № 7	27.04
	Материалы для самостоятельной работы	
122–125	А1. Волшебная таблица	29.04 – 05.05
126–129	А2. Криптография	7.05 – 12.05
130–134	А3. Задачи на внимание, логику и сообразительность	14.05 – 22.05
135–136	Итоговая контрольная работа	25.05

Организационная структура урока

1. Организационный этап.
2. Постановка цели и задач урока.
   Мотивация учебной деятельности учащихся.
3. Проверка домашнего задания.
4. Актуализация знаний.
5. Контроль и коррекция знаний.
6. Закрепление материала.
7. Повторение.
8. Рефлексия учебной деятельности на уроке.
9. Информация о домашнем задании.

Технологическая карта урока

1. Тема урока.
2. Тип урока (Изучение нового материала. Повторение).
3. Цели.
4. Планируемые результаты.
5. Основные понятия.

Содержание курса. Компетенции

Содержание материала	**Компетенции**
§ 1. Задачи на повторение программы начальной школы	Знать: - название и последовательность чисел в натуральном ряду; - как образуется каждая следующая счётная единица (сколько единиц в одном десятке, сколько десятков в одной сотне и т. д.); - названия и обозначения арифметических действий, названия компонентов и результата каждого действия; - таблицу сложения и умножения однозначных чисел. Уметь читать и записывать результаты сравнения, используя знаки < (меньше), > (больше), = (равно). Выполнять устные вычисления в пределах 100. Решать задачи в 1–3 действия.
§ 2. Множества	Знать: - определение множества; - что такое элементы множества, подмножество, пустое множество, равные множества; - объединение, пересечение множеств; - действия с множествами (сложение, вычитание, умножение). Оперировать понятиями сумма (объединение), произведение (пересечение), разность двух множеств. Уметь приводить примеры множеств из окружающей среды.
§ 3. Количество элементов множества	Понимать, что такое элемент множества. Решать задачи на определение количества элементов множества. Умение пользоваться диаграммами Эйлера-Венна, таблицами.
§ 4. Элементы геометрии (1)	Знать определение угла. Распознавать на чертежах, рисунках, в окружающем мире разные виды углов. Приводить примеры аналогов этих фигур. Изображать углы от руки и с использованием чертёжных инструментов. Моделировать различные виды углов.

Содержание материала	Компетенции
	Верно использовать в речи термины: *угол, стороны угла, прямой угол, острый, тупой, развёрнутый углы, чертёжный треугольник, транспортир*. Измерять с помощью инструментов и сравнивать величины углов. Строить углы заданной величины с помощью транспортира. Понимать, что такое объединение и пересечение углов. Знать определение прямоугольника, что такое длина, ширина (высота) прямоугольника. Распознавать прямоугольник на чертежах, рисунках, в окружающем мире. Верно использовать в речи термины: *формула, периметр, площадь*. Вычислять по формулам периметр и площадь прямоугольника.
§ 5. Натуральные числа	Описывать свойства натурального ряда. Верно использовать в речи термины: *цифра, число*, называть классы и разряды в записи натурального числа. Читать и записывать натуральные числа, определять значность числа, сравнивать и упорядочивать их, грамматически правильно читать встречающиеся математические выражения.
§ 6. Скорость, время, работа	Знать: - определение скорости как новой единицы измерения; - зависимость между величинами – скорость, время, расстояние; - единицы времени и длины. Уметь решать задачи на нахождение скорости по известным расстоянию и времени. Знать определение производительности и объёма работы. Уметь связывать эти понятия со скоростью и расстоянием.
§ 7. Порядок действий, скобки	Умение правильно расставлять действия. Правильно выполнять умножение и деление (в порядке их следования).

Содержание материала	Компетенции
§ 7. Порядок действий, скобки	Правильно выполнять сложение и вычитание (в порядке их следования). Правильно выполнять действия при наличии скобок. Понимать, что значит открыть или закрыть скобку. Знать определения одночлена и многочлена. Уметь заключать в скобки многочлен, если перед первым одночленом стоит знак «+» или «–». Иметь понятие об общем множителе. Уметь выносить общий множитель за скобки. Знать, какие одночлены называются подобными и что такое приведение подобных членов.
§ 8. Целые числа	Характеризовать множества целых чисел. Верно использовать в речи термины: *координатная прямая, координата точки на прямой, положительное число, отрицательное число, противоположные числа, целое число, модуль числа*. Приводить примеры использования в окружающем мире положительных и отрицательных чисел (температура, выигрыш – проигрыш, выше – ниже уровня моря и т. п.). Изображать точками координатной прямой положительные и отрицательные числа. Сравнивать положительные и отрицательные числа. Формулировать правила сложения, вычитания, умножения и деления положительных и отрицательных чисел.
§ 9, § 12. Задачи на составление уравнений	Умение анализировать и осмысливать текст задач, переформулировать условие, извлекать необходимую информацию. Находить все возможные приёмы и методы. Навыки по планированию действия, прогнозирование его результата. Умение составлять уравнения по условиям задач. Решать простейшие уравнения на основе зависимостей между компонентами арифметических действий. Моделировать условие с помощью схем, рисунков, реальных предметов. Критически оценивать полученный ответ, проверяя его на соответствие условию.

Содержание материала	Компетенции
§ 10. Элементы геометрии (2)	Знать определение прямоугольных геометрических фигур: прямоугольник, прямоугольный треугольник, прямоугольный параллелепипед, куб. Распознавать на чертежах, рисунках, в окружающем мире прямоугольные геометрические фигуры. Приводить примеры аналогов этих фигур в окружающем мире. Изображать прямоугольные геометрические фигуры от руки и с использованием чертёжных инструментов. Верно использовать в речи термины: *формула, площадь, объём, равные фигуры*. Знать, что такое диагональ прямоугольника, как называются стороны прямоугольного треугольника (катет, гипотенуза). Вычислять площади прямоугольника и прямоугольного треугольника, используя формулы. Понимать связь между этими формулами. Выражать одни единицы измерения площади через другие. Верно использовать термины: *прямоугольный параллелепипед, куб, грани, рёбра, вершины*. Знать, что такое развёртка и из каких фигур состоит полная поверхность прямоугольного параллелепипеда. Вычислять площадь полной поверхности куба и прямоугольного параллелепипеда. Вычислять объёмы куба и прямоугольного параллелепипеда, используя формулы. Выражать одни единицы измерения объёма через другие. Моделировать изучаемые геометрические объекты, используя бумагу, пластилин, проволоку.
§ 11. Выручка, затраты, прибыль, убытки	Оперировать понятиями: *выручка*, *затраты*, *прибыль*. Определять по формулам выручку, затраты, прибыль. Понимать, что такое убытки и как их вычислить.

Содержание материала	Компетенции
	Применять все накопленные знания с арифметическими действиями и числами. Приводить примеры из окружающей жизни.
§ 13. Соотношения между единицами измерения	Знание единиц измерения длины, массы, времени. Знание единиц измерения площадей и объёмов. Верно использовать в речи названия измерений. Переводить одни единицы измерения в другие.
§ 14. Обыкновенные дроби	Понятие дроби. Верно использовать в речи термины: *доля*, *обыкновенная дробь*, *числитель и знаменатель дроби*, *правильная и неправильная дроби*, *смешанное число (дробь)*. Грамматически верно читать записи дробей и выражений, содержащих обыкновенные дроби. Выполнять сложение и вычитание обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями, преобразовывать неправильную дробь в смешанное число и смешанное число – в неправильную дробь. Умножать и делить обыкновенную дробь на целое число. Уметь сравнивать обыкновенные дроби.
§ 15. Десятичные дроби. Сложение и вычитание	Записывать и читать десятичные дроби. Представлять обыкновенные дроби в виде десятичных и десятичные – в виде обыкновенных. Сравнивать и упорядочивать десятичные дроби. Выполнять сложение, вычитание и округление десятичных дробей. Использовать эквивалентные представления дробных чисел при их сравнении, при вычислениях. Верно использовать в речи термины: *десятичная дробь, разряды десятичной дроби, разложение десятичной дроби по разрядам, приближённое значение числа с недостатком (с избытком), округление числа до заданного разряда*. Грамматически верно читать записи выражений, содержащих десятичные дроби.

Содержание материала	Компетенции
§ 16. Умножение и деление десятичных дробей	Умение пользоваться правилами умножения и деления десятичных дробей. Хорошо знать разрядность десятичных дробей. Знать целую и дробную части десятичных дробей. Умножать и делить десятичную дробь на 10, 100… Умножать и делить десятичную дробь на 0,1, 0,01…
§ 17. Бесконечные десятичные дроби. Округление. Окружность. Круг	Понятие бесконечной десятичной дроби. Понятие бесконечной периодической десятичной дроби. Умение переводить обыкновенную дробь в бесконечную десятичную дробь. Умение выделять и записывать период в бесконечной периодической десятичной дроби. Умение правильно читать бесконечные периодические десятичные дроби. Умение округлять бесконечные десятичные дроби до заданного разряда.
§ 18. Проценты	Объяснять, что такое процент. Представлять проценты в дробях и дроби – в процентах. Осуществлять поиск информации, содержащей данные, выраженные в процентах, интерпретировать их. Решать задачи на проценты и дроби (в том числе задачи из реальной жизни, используя при необходимости калькулятор). Правильно выполнять действия с процентами (если число увеличивают или уменьшают на какое-то количество процентов, то эти проценты нельзя просто прибавлять или вычитать!). Знать, что такое база, при вычислении процентов.

Содержание материала	Компетенции
Материалы для самостоятельной работы	
А1. Волшебная таблица	Знать правила сложения, вычитания, умножения и деления. Уметь составлять уравнения. Применять творческое воображение, изобретательность.
А2. Криптография А3. Задачи на внимание, логику и сообразительность	Понимать, что такое символ. Умение читать символы. Понимать, что такое шифр и шифрованное сообщение. Анализировать и осмысливать текст задачи. Извлекать необходимую информацию. Выполнять перебор всех возможных вариантов. Умение пользоваться схемами и рисунками. Строить логическую цепочку рассуждений.

Контрольные работы

К–1

Вариант 1

1. Вычислите.
а) $517 + 346 =$
б) $589 \cdot 11 - 715 =$

2. Пусть $B1 = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ и $B2 = \{6; 7; 8; 9\}$.
Найдите $B1 \cup B2$ и $B1 \cap B2$.

3. Пусть $A1 = \{2; 7; 9\}$ и $A2 = \{7; 2; 14; 11\}$.
Найдите $A1 \setminus A2$ и $A2 \setminus A1$.

4. Луч, проведенный из вершины развернутого угла, делит его на два угла так, что величина одного угла на 30° больше величины другого. Найдите величину каждого из этих углов.

Вариант 2

1. Вычислите.
а) $17 + 3 \cdot 2 =$
б) $42 \cdot 67 + 42 : 67 =$

2. Пусть $V1 = \{16; 8; 4; 2; 1\}$ и $V2 = \{0; 2; 4; 6; 8\}$.
Найдите $V1 \cup V2$ и $V1 \cap V2$.

3. Пусть $A1 = \{2; 4; 6; 8\}$ и $A2 = \{1; 2; 4; 11\}$.
Найдите $A1 \setminus A2$ и $A2 \setminus A1$.

4. Луч, проведенный из вершины развернутого угла, делит его на два угла так, что величина одного угла на 40° меньше величины другого. Найдите величину каждого из этих углов.

К–2

Вариант 1

1. Найдите значение выражения.
а) $58 \cdot 196 =$ г) $17\,835 : 145 =$
б) $4600 \cdot 1760 =$ д) $36\,490 : 178 =$
в) $405 \cdot 208 =$

2. Решите уравнения.
а) $x \cdot 14 = 112$ б) $133 : y = 19$ в) $m : 15 = 90$

3. Вычислите, выбирая удобный порядок действий.
а) $25 \cdot 197 \cdot 4 =$ б) $8 \cdot 567 \cdot 125 =$ в) $50 \cdot 23 \cdot 40 =$

4. Решите задачу с помощью уравнения.

Айбек задумал число, умножил его на 3 и от произведения отнял 7. В результате он получил 50. Какое число задумал Айбек?

5. Найдите корень уравнения и выполните проверку.
$x + x - 20 = x + 5$

Вариант 2

1. Найдите значение выражения.
а) $67 \cdot 189 =$ г) $15\,255 : 135 =$
б) $5300 \cdot 1680 =$ д) $38\,130 : 186 =$
в) $306 \cdot 805 =$

2. Решите уравнения.
а) $x \cdot 13 = 182$ б) $187 : y = 17$ в) $n : 14 = 98$

3. Вычислите, выбирая удобный порядок действий.
а) $4 \cdot 289 \cdot 25 =$ б) $8 \cdot 971 \cdot 125 =$ в) $50 \cdot 97 \cdot 20 =$

4. Решите задачу с помощью уравнения.

Света задумала число, умножила его на 4 и к произведению прибавила 8. В результате она получила 60. Какое число задумала Света?

5. Найдите корень уравнения и выполните проверку.
$y + y - 25 = y + 10$

К–3

Вариант 1

1. Вычислите.
   а) (53 + 132) : 21 =
   б) 180 · 94 − 47 700 : 45 + 4946 =
2. Длина прямоугольного участка земли 125 *м*, а ширина 96 *м*. Найдите площадь поля и выразите её в арах.
3. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 4 *м*, 3 *м* и 5 *дм*.
4. Используя формулу пути $s = vt$, найдите:
   а) путь, пройденный автомашиной за 3 *ч*, если её скорость 80 *км/ч*;
   б) время движения катера, прошедшего 90 *км* со скоростью 15 *км/ч*.
5. Найдите площадь поверхности и объём куба, ребро которого равно 6 дм. Во сколько раз уменьшится площадь поверхности и во сколько раз – объём куба, если его ребро уменьшить вдвое?

Вариант 2

1. Вычислите.
   а) (63 + 122) : 15 =
   б) 86 · 170 − 5793 + 72 800 : 35 =
2. Ширина прямоугольного поля 375 *м*, а длина 1600 *м*. Найдите площадь поля и выразите её в гектарах.
3. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 2 *дм*, 6 *дм* и 5 *см*.
4. Используя формулу пути $s = vt$, найдите:
   а) путь, пройденный моторной лодкой за 2 *ч*, если её скорость 18 *км/ч*;
   б) скорость движения автомобиля, прошедшего за 3 *ч* 150 *км*.
5. Ребро куба равно 6 *см*. Найдите площадь поверхности и объём этого куба. Во сколько раз увеличится площадь поверхности и во сколько раз – объём куба, если его ребро увеличить вдвое?

К–4

Вариант 1

1. Решите уравнения.
а) $21 + x = 56$ б) $y - 89 = 90$

2. Найдите значение выражения.
а) $a + m$, если $a = 20$, $m = 70$
б) $260 + b - 160$, если $b = 93$

3. Вычислите, выбирая удобный порядок действий.
а) $6485 + 1977 + 1515 =$ б) $863 - (163 + 387) =$

4. Решите задачу с помощью уравнения.

В автобусе было 78 пассажиров. После того как на остановке из него вышли несколько человек, в автобусе осталось 59 пассажиров. Сколько человек вышли из автобуса на остановке?

5. На отрезке $MN = 19$ *см* отметили точку K такую, что $MK = 15$ *см*, и точку F такую, что $FN = 13$ *см*. Найдите длину отрезка KF.

Вариант 2

1. Решите уравнения.
а) $x + 32 = 68$ б) $76 - y = 24$

2. Найдите значение выражения.
а) $c - n$, если $c = 80$, $n = 30$
б) $340 + k - 240$, если $k = 87$

3. Вычислите, выбирая удобный порядок действий.
а) $7231 + 1437 + 563 =$ б) $(964 + 479) - 264 =$

4. Решите задачу с помощью уравнения.

В санатории было 97 отдыхающих. После того как несколько человек уехали на экскурсию, в санатории осталось 78 отдыхающих. Сколько отдыхающих уехали на экскурсию?

5. На отрезке $DE = 25$ *см* отметили точку L такую, что $DL = 19$ *см*, и точку P такую, что $PE = 17$ *см*. Найдите длину отрезка LP.

К–5

Вариант 1

1. Выполните действия.
   а) $10 \cdot 11 - 4 \cdot 11 + 3 \cdot 11 =$ в) $62 - 32 : 2 =$
   б) $45 \cdot 9 - 38 \cdot 9 =$ г) $56 \cdot 13 - 53 \cdot 13 =$
2. Турист шёл с постоянной скоростью и за 3 *ч* прошёл 14 *км*. С какой скоростью он шёл?
3. В гараже 45 автомобилей. Из них $\frac{5}{9}$ – легковые. Сколько легковых автомобилей в гараже?
4. Решите уравнения.
   а) $56 - 4x = 32$
   б) $y + 48 \cdot 7 = 59(11 - 4)$
5. Какое число надо разделить на 8, чтобы частное равнялось 57?

Вариант 2

1. Выполните действия.
   а) $12 \cdot 13 - 5 \cdot 13 + 4 \cdot 13 =$ в) $75 - 35 : 5 =$
   б) $57 \cdot 11 + 43 \cdot 11 =$ г) $65 \cdot 11 - 4 - 15 \cdot 11 =$
2. Автомобиль, двигаясь с постоянной скоростью, прошёл 14 *км* за 9 *мин*. Какова скорость автомобиля?
3. В классе 40 учеников. Из них $\frac{5}{8}$ занимаются в спортивных секциях. Сколько учеников класса занимаются спортом?
4. Решите уравнения.
   а) $16x + 25 \cdot 13 = 41 \cdot 13$
   б) $63 \cdot 7 - 28y = 35 \cdot 7$
5. Какое число надо разделить на 6, чтобы частное равнялось 85?

К–6

Вариант 1

1. Вычислите.

а) $4{,}35 \cdot 18 =$ | г) $53{,}3 : 26 =$
б) $6{,}25 \cdot 108 =$ | д) $6 : 24 =$
в) $126{,}385 \cdot 10 =$ | е) $126{,}385 : 100 =$

2. Решите уравнение.
$7y + 2{,}6 = 27{,}8$

3. Найдите значение выражения.
$90 - 16{,}2 : 9 + 0{,}08 =$

4. На автомобиль погрузили 6 контейнеров по 0,28 *т* каждый и 8 одинаковых ящиков. Какова масса одного ящика, если масса всего груза 2,4 *т*?

5. Как изменится произведение двух десятичных дробей, если в одном множителе перенести запятую вправо через две цифры, а в другом – влево через четыре цифры?

Вариант 2

1. Вычислите.

а) $3{,}85 \cdot 24 =$ | г) $35{,}7 : 34 =$
б) $4{,}75 \cdot 116 =$ | д) $7 : 28 =$
в) $234{,}166 \cdot 100 =$ | е) $234{,}166 : 10 =$

2. Решите уравнение.
$6x + 3{,}8 = 20{,}6$

3. Найдите значение выражения.
$40 - 23{,}2 : 8 + 0{,}07 =$

4. Из 7,7 *м* ткани сшили 7 платьев для кукол и 9 одинаковых полотенец. Сколько ткани пошло на одно полотенце, если на каждое платье потребовалось 0,65 *м* ткани?

5. Как изменится произведение двух десятичных дробей, если в одном множителе перенести запятую влево через четыре цифры, а в другом – вправо через две цифры?

К–7

Вариант 1

1. Выполните умножение.

а) $-9 \cdot 13 =$ в) $0{,}6 \cdot (-3{,}4) =$

б) $-21 \cdot (-12) =$ г) $-2{,}5 \cdot (-3{,}8) =$

2. Выполните деление.

а) $76 : (-19) =$ в) $-0{,}81 : 1{,}8 =$

б) $-56 : (-8) =$ г) $-70{,}5 : (-1{,}5) =$

3. Решите уравнения.

а) $1{,}2a = -7{,}26$

б) $b : (-3{,}6) = -7{,}2$

4. Представьте числа $\frac{7}{22}$ и $4\frac{1}{3}$ в виде периодических дробей. Запишите приближённые значения данных чисел, округлив периодические дроби до сотых.

5. Сколько целых решений имеет неравенство $|x| < 53$?

Вариант 2

1. Выполните умножение.

а) $15 \cdot (-7) =$ в) $-0{,}9 \cdot 4{,}1 =$

б) $-14 \cdot (-17) =$ г) $-3{,}2 \cdot (-1{,}5) =$

2. Выполните деление.

а) $-84 : 14 =$ в) $0{,}114 : (-0{,}76) =$

б) $-42 : (-6) =$ г) $-64{,}8 : (-0{,}9) =$

3. Решите уравнения.

а) $0{,}9b = -4{,}5$

б) $a : 2{,}4 = -4{,}8$

4. Представьте числа $\frac{5}{12}$ и $6\frac{2}{9}$ в виде периодических дробей. Запишите приближённые значения данных чисел, округлив периодические дроби до сотых.

5. Сколько целых решений имеет неравенство $|y| < 86$?

К–8

Вариант 1

1. Вычислите.
   а) 5,7 + 2,34 = б) 1,2 − 0,83 =
2. а) Выразите в метрах: 15 *дм*; 3,4 *см*; 7 *мм*.
   б) Выразите в килограммах: 940 *г*; 7,2 *т*.
3. Длины сторон прямоугольника – 1,2 *дм* и 25 *см*. Выразите их в метрах и найдите периметр прямоугольника.
4. Мальчик поймал трёх карасей. Масса первой рыбы – 0,375 *кг*, масса второй на 20 *г* меньше, а масса третьей на 0,11 *кг* больше массы первой рыбы. Найдите массу трёх карасей.
5. Составьте выражение для длины незамкнутой ломаной $ABCD$, если $AB = a$ *см*, BC на 8,45 *см* меньше AB, а CD на 1,27 *дм* больше AB, и упростите его.

Вариант 2

1. Вычислите.
   а) 6,83 + 15,3 = б) 8,9 − 5,42 =
2. а) Выразите в метрах: 3,2 *дм*; 543 *см*; 5 *мм*.
   б) Выразите в килограммах: 56 *г*; 2,7 *т*.
3. Длины сторон прямоугольника – 3,8 *дм* и 54 *см*. Выразите их в метрах и найдите периметр прямоугольника.
4. Яблоко, груша и апельсин вместе имеют массу 0,85 *кг*. Масса апельсина – 360 *г*, а груша на 0,158 *кг* легче. Найдите массу яблока.
5. Составьте выражение для длины незамкнутой ломаной $ABCD$, если $AB = x$ *дм*, BC на 12,71 *см* меньше AB, а CD на 2,85 *дм* больше AB, и упростите его.

К–9

Вариант 1

1. Площадь поля 260 *га*. Горохом засеяно 35% поля. Какую площадь занимают посевы гороха?
2. Найдите значение выражения.
   $201 - (176{,}4 : 16{,}8 + 9{,}68) \cdot 2{,}5 =$
3. В библиотеке 12% всех книг – словари. Сколько книг в библиотеке, если словарей в ней 900?
4. Решите уравнение.
   $12 + 8{,}3x + 1{,}5x = 95{,}3$
5. От мотка провода отрезали сначала 30%, а затем ещё 60% остатка. После этого в мотке осталось 42 *м* провода. Сколько метров провода было в мотке первоначально?

Вариант 2

1. В железной руде содержится 45% железа. Сколько тонн железа содержится в 380 *т* руды?
2. Найдите значение выражения.
   $(299{,}3 : 14{,}6 - 9{,}62) \cdot 3{,}5 + 72{,}2 =$
3. За день вспахали 18% поля. Какова площадь всего поля, если вспахали 1170 *га*?
4. Решите уравнение.
   $67y + 13 + 3{,}1y = 86{,}5$
5. Израсходовали сначала 40% имевшихся денег, а затем ещё 30% оставшихся. После этого осталось 105 *р*. Сколько было денег первоначально?

Роль и место обучения математике в школе[1]

Математическое образование является неотъемлемой частью любого полноценного образования. Математика – один из базовых предметов в школе. Она создаёт базу и является инструментом при изучении других дисциплин – это относится не только к предметам физико-математического, технического и естественнонаучного циклов, но и к гуманитарным дисциплинам. В современных условиях определённый объём математических знаний, владение некоторыми математическими методами стали обязательными элементами общей культуры. Без владения вычислительными и иными алгоритмами, сформированными в ходе изучения математики, невозможно полноценное обучение, да и практическая деятельность часто становится затруднительной. Обучение математике выполняет чрезвычайно важные развивающие функции. При изучении математики формируются интеллектуальные умения, необходимые любому человеку вне зависимости от того, в какой сфере деятельности он будет занят в дальнейшем. Совершенствование содержания школьного математического образования связано с требованиями, которые предъявляет практика: промышленность, сельское хозяйство, военное дело, социальное переустройство и т. д.

Содержание учебного предмета математики меняется со временем в связи с расширением целей образования, появлением новых требований к подготовке учащихся, изменением стандартов образования и, конечно же, непрерывным развитием самой математической науки. Кроме того, в практику работы массовой школы вводится инновационный педагогический опыт.

Основные цели обучения математике

- Формирование представлений о математике как о части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для общественного прогресса.
- Формирование представлений о методах и идеях математики, о математике как форме описания и методе познания действительности.
- Овладение конкретными математическими знаниями, необходимыми для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования.

[1] Материал подготовлен на основе: Лукичева Е. Ю. Методические рекомендации. О преподавании учебного предмета «Математика» в 2015–2016 году. – Санкт-Петербург, 2015.

- Интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для полноценной жизни в обществе.

В основу обучения математике на современном этапе, кроме научности, доступности, наглядности, непрерывности и преемственности, положены еще следующие принципы:
- дифференциация и индивидуализация математического образования, создание таких условий, при которых возможен свободный выбор уровня изучения математики;
- гуманизация математического образования;
- усиление практической направленности обучения математике;
- информатизация и компьютеризация обучения.

Следует заметить, что государственный образовательный стандарт по математике определяет только нижнюю границу содержания образования по математике.

В условиях реализации идей профильного образования

Общеобразовательным курсом является курс (4 часа в неделю), предполагающий лишь **минимальную** математическую подготовку учащихся, которые не имеют склонности к изучению математики и не будут претендовать на дальнейшее обучение по специальностям, тесно связанным с математикой. Целью общеобразовательного курса математики является развитие абстрактного, логического и алгоритмического мышления, формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры; понимание значимости математики для общественного процесса; формирование представлений о методах и идеях математики как форме описания и методе познания действительности; т. е. тех компонентов личности, которые необходимы человеку для свободного функционирования в общественной среде.

Содержание **профильного курса** математики (5–6 часов в неделю) ориентировано на тех учащихся, которые выбирают области дальнейшего образования и деятельности, где математика играет важную роль аппарата, средства для изучения закономерностей окружающего мира. Целью профильного курса математики, дополнительно к общеобразовательному курсу, является овладение конкретными математическими знаниями, необходимыми для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования и деятельности, непосредственно связанных с математикой.

Далее мы предлагаем вашему вниманию статью, которая была подготовлена к конференции памяти выдающегося учёного А. А. Брудного.

Математика должна быть живой!

Выдающийся предприниматель, создатель автомобильной империи Генри Форд говорил: «Каждый держит своё будущее в своих руках. Слишком много болтают о непризнанных людях. В нашей фирме каждый получает приблизительно ту степень признания, которой заслуживает. Честному человеку у нас легко пробиться наверх. Но очень часто им мешает то, что, умея работать, они не умеют думать, особенно думать над чем-нибудь».

Итак, для того чтобы преуспеть в работе, нужно уметь думать. Можно ли этому научиться? По нашему мнению, можно. И занятия математикой прекрасным образом этому способствуют. Ведь ещё М. В. Ломоносов утверждал: «Математику изучать надобно, поскольку она в порядок ум приводит».

В своём докладе мы расскажем о попытке создания нового подхода к преподаванию школьной математики. Сразу может возникнуть вопрос: что нового может быть в математике?

В математике в целом, доступной на школьном уровне, нового материала почти не может быть, но новым должен быть подход к выбору разделов математики, преподаваемых в школе. Не нужно «убивать время», заставляя учеников вручную умножать и делить многозначные числа – уже изобретены калькуляторы. Нужно учить размышлять, перебирать варианты, делать осознанный выбор. При этом делать это интересно.

Можно строить урок/книгу по принципу: Вы должны знать, то, о чём я буду говорить/писать далее. Так что записывайте, запоминайте, усваивайте: *арифметической прогрессией называется*…

А можно постараться включить аудиторию в процесс, начать с заинтересовывающей ситуации.

Посадил Дед репку. Выросла репка большая-пребольшая. (Надеемся, что Вы знаете эту сказку, а не знаете – тоже не беда.) Дед тянет-потянет – вытянуть не может. Позвал Дед Бабку… Дедка за репку, Бабка за Дедку, Внучка за Бабку, Жучка за Внучку, Кошка за Жучку, Мышка за Кошку, тянут-потянут – вытянули репку.

Отдохнули и поделили репку. Мышке досталось 5 кусочков, Кошке на 4 кусочка больше, Жучке на 4 кусочка больше, чем Кошке, и так далее. На сколько кусочков была поделена репка?

Эту задачу могут решить даже ученики младших классов. Для её решения сначала нужно установить соответствие между персонажем сказки и количеством кусочков:

Мышка	Кошка	Жучка	Внучка	Бабка	Дедка
5	5 + 4 = 9	9 + 4 = 13	13 + 4 = 17	17 + 4 = 21	21 + 4 = 25

Затем, сложив полученные числа, получим ответ:

5 + 9 + 13 + 17 + 21 + 25 = 90 кусочков.

Но задача станет ещё интереснее, если мы не остановимся, а попробуем задуматься над следующими вопросами: *А как получить ответ в случае очень большой репки – репки, которую вытянули не шесть человек, а шестьдесят?* Размышления над этим вопросом приводят к **арифметической** прогрессии.

А что если каждому последующему досталось не на 4 кусочка больше, а в три раза больше кусочков? Размышляя над этим вопросом, приходим к **геометрической** прогрессии.

Проблема первостепенной важности, стоящая перед учителем, – вызвать у учащихся интерес к решению той или иной задачи. Необходимо тщательно отбирать привлекательные задачи. Бесспорно, что наибольший интерес вызывают задачи, взятые из окружающей жизни, задачи, естественным образом связанные со знакомыми учащимся вещами, опытом, служащие понятной ученику цели.

Можно предложить учащимся *найти решения уравнения* $6x + 5y = 33$ *в натуральных числах*. При этом, скорее всего, такая задача вряд ли вызовет интерес у учащихся. А у более продвинутых учащихся могут возникнуть вопросы типа: «А почему только в натуральных числах?»

В то же время гораздо больший интерес вызовет аналогичная, с точки зрения математики, задача.

В комнате стоят стулья и табуретки. У каждой табуретки три ножки, у каждого стула четыре ножки. Когда на всех стульях и табуретках сидят люди, в комнате 33 «ноги». Сколько стульев и табуреток в комнате?

Введя соответствующие обозначения, получим уравнение, упомянутое выше, но в этом случае уже понятно, зачем его нужно решать, причём в натуральных числах.

Очень трудно, даже, по всей видимости, невозможно построить урок/учебник так, чтобы учащиеся решали только те задачи, которые вызывают у них интерес. Но нужно стараться, чтобы таких задач было как можно больше. А наградой учителю за такую работу может быть то, что такие задачи учащийся решает легче и свой интерес к решению «интересных» задач он может перенести и на «скучные» разделы, неизбежные при изучении любого предмета.

Учебники, в том числе и математические, отражают систему, в которой живёт общество. В советских математических учебниках (и по инерции и в действующих) практически отсутствуют задачи, имеющие несколько решений. Это задачи типа:

Фрекен Бок испекла плюшки и дала Карлсону шесть, Малышу меньше, чем Карлсону, а остальные взяла себе. Сколько плюшек было испечено, если их у Фрекен Бок столько, сколько у Карлсона и Малыша вместе?

Можно говорить, что такие задания являются некими абстрактными упражнениями, и не так важно, сколько у них решений.

В связи с этим приведём цитату из автобиографической книги выдающегося предпринимателя Ли Якокки: «Меня учили не принимать серьёзного решения, не имея за душой, по крайней мере, двух его вариантов. А если речь идёт об очень серьёзном решении, то хорошо бы иметь и третий вариант».

А мы не учим анализировать многовариантные задачи. В одной хорошей школе 23 одиннадцатиклассникам на контрольной работе была предложена следующая задача:

У Сауле есть много монет по 3 и 5 сомов. Как она может оплатить без сдачи покупку в 39 сомов?

Из 23 все три ответа нашли 2 ученика; два ответа нашли двое; один ответ – 15, и ноль ответов – 4. Заметьте, что большая часть учащихся нашла один ответ. Скорее всего, после этого они прекратили решение, посчитав процесс законченным.

В какой-то степени последствием того, что решаются только задачи с одним решением, может служить ситуация в медицине. Врач лечит только «свою» болезнь. При этом не редки случаи, когда, приводя в норму одни органы, «калечат» другие.

На чтениях памяти А. А. Брудного коллеги обращали внимание на то, что при изучении развития психических расстройств как правило рассматривается только один фактор, а другие «отметаются» как конкурирующие.

Часто процесс обучения строится на натаскивании, на обучении каким-то «мёртвым» схемам. В то же время учащиеся не владеют элементарными методами рассуждения. В вышеупомянутой контрольной были предложены задачи:

1. *При записи скольких целых чисел от 1 до 50 используется цифра 3?* Не решил никто из 12.

(Можно решить простым перебором: 3, 13, 23, 30, 31…, 39, 43 – всего 14.)

2. *Сколько раз цифра 7 использована при записи всех целых чисел от 1 до 100?* Решили двое из 11.

(Ответ: 20. Цифра 7 десять раз стоит в «единицах»: 7; 17; 27; … 97, и десять раз в «десятках»: 70; 71; 72; … , 79.)

Над такими результатами можно бы даже посмеяться, если бы не было так грустно.

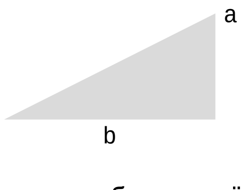
Как правило, школьная математика учит тому, что для решения задачи нужно использовать ту или иную формулу. При этом методы, основанные на переборе вариантов, что соответствует современным компьютерным методам решения задач, обычно игнорируются. Для проверки этого утверждения попробуйте решить следующую задачу:

Маша везёт на медведе 17 пирожков: с мясом, с рисом, с капустой. При этом пирожков с рисом в два раза больше, чем с мясом. Сколько пирожков с капустой у Маши, если их больше, чем пирожков с мясом, и меньше, чем пирожков с рисом?

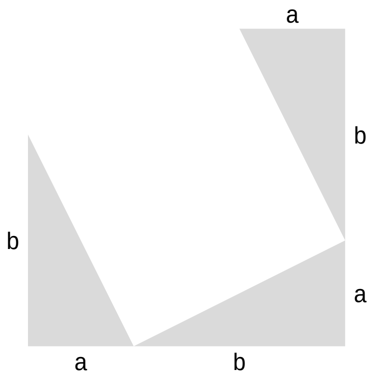
Ещё одна проблема современной школьной математики – это раздельное обучение алгебре и геометрии. До сих пор господствует позиция древних греков, отделявших возвышенную геометрию от низменной алгебры. О том, что за это время появилась аналитическая геометрия, сочетающая в себе алгебру, геометрию и многое другое, школьная математика как бы не знает. В итоге геометрия преподаётся примерно так же как во времена Эвклида, алгебра не использует геометрические, очень наглядные методы. К примеру, анахронизмом выглядит доказательство теоремы Пифагора через тригонометрические функции в распространённом учебнике Погорелова и в кыргызском учебнике, видимо, списанном оттуда.

В то же время существует масса простых и наглядных доказательств. Приведём одно из них.

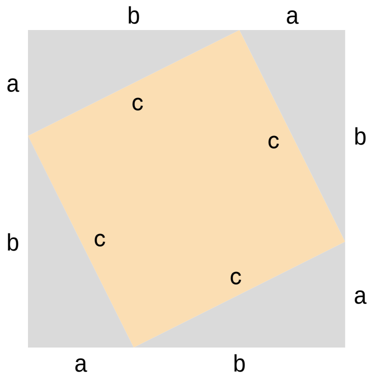
Нарисуем с помощью шаблона прямоугольный треугольник.



Далее нарисуем с помощью шаблона ещё два прямоугольных треугольника, приставив к каждому катету другой катет.



И наконец дорисуем чертёж, приставив шаблон ещё раз.



В итоге получим квадрат со стороной с и четыре прямоугольных треугольника с катетами a и b и гипотенузой c внутри квадрата со стороной $a + b$.

Площадь прямоугольного треугольника с катетами a и b равна $ab/2$. Площадь квадрата со стороной $a + b$ равна $(a + b)^2$. Площадь маленького квадрата равна c^2. Следовательно, можно написать равенство $(a + b)^2 = 4(ab/2) + c^2$.

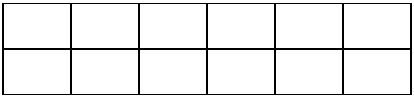
Раскрыв скобки – $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$ – и убрав $2ab$ слева и справа, получим утверждение теоремы Пифагора: **сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы: $\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$.**

Рассмотрим ещё несколько примеров с несколькими решениями, используя геометрическую наглядность:

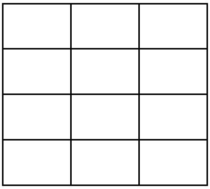
Лариса из 12 одинаковых маленьких прямоугольников составила большой, состоящий из 2 строк и 6 столбцов. Периметр большого прямоугольника оказался равен 192 см. Юрий переставил маленькие *прямоугольники и получил большой прямоугольник, состоящий из 3 строк и имеющий периметр 204 см.*

На основе вышеуказанных данных Анара предложила Асану определить размеры маленького прямоугольника. Решив соответствующую систему уравнений, он выяснил, что размеры прямоугольника равны 10 *см* и 18 *см*. Услышав ответ, вредная Анара сказала, что он неверен. Асан несколько раз перерешал задачу, но ошибок не обнаружил. После этого было решено посмотреть решение вместе.

Асан показал, что прямоугольник, составленный Ларисой, можно представить в виде:



Далее, переставив маленькие прямоугольники, Юрий должен был получить следующую картину:

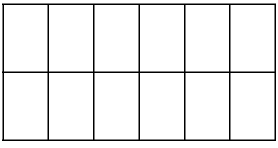


Поэтому, если обозначить стороны маленького прямоугольника через x и y, получится система

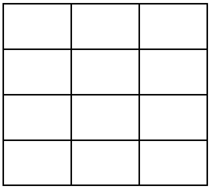
$$\begin{cases} 6x + 2y = 192/2 \\ 3x + 4y = 204/2 \end{cases}$$

(При вычислении периметра длина стороны прямоугольника считается дважды.) Решение системы: $x = 10$, $y = 18$.

В ответ на это Анара сказала, что она точно знает, что Лариса ставила маленькие прямоугольники следующим образом:



а Юрий, переставляя маленькие прямоугольники, повернул их и составил большой прямоугольник в виде:



Поэтому соответствующая система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} 6a + 2b = 192/2 \\ 3b + 4a = 204/2 \end{cases}$$

Решив эту систему, получаем, что размеры маленького прямоугольника $a = 8{,}4$; $b = 22{,}8$.

В следующий раз Анара предложила определить размеры маленького прямоугольника в следующей ситуации. Большой прямоугольник, составленный Ларисой из 7 маленьких, имел периметр 150 *м*, а Юрий, переставив маленькие, получил большой прямоугольник с периметром 90 *м*.

На основе «горького» опыта, полученного при решении предыдущей задачи, Асан сказал: «В прошлый раз задача имела не единственное решение». На этот раз, помимо всего, не указано количество строк и столбцов. Наверное, тут будет очень много решений.

Однако после внимательного изучения выяснилось, что задача имеет единственное решение. Дело в том, что число 7 – простое число, которое делится только на себя и единицу. Поэтому большой прямоугольник получится только в том случае, когда маленькие поставлены в один ряд. Такое возможно только двумя способами:

или

(Также маленькие прямоугольники можно составить в виде столбца, но при этом получатся те же периметры.)

Поэтому имеет место система

$$\begin{cases} 7c + d = 150/2 \\ c + 7d = 90/2, \end{cases}$$

из которой получим, что единственно возможные размеры маленького прямоугольника: $c = 10$, $d = 5$.

Следует отметить, что такие задачи очень полезны в процессе преподавания. Они учат глубоко вникать в условия, рассматривать все возможные варианты. При этом они очень наглядны: можно приготовить карточки, на которых можно показывать различные варианты составления большого прямоугольника из маленьких. Ещё одно достоинство таких задач: их можно предлагать даже учащимся младших классов в формулировке типа:

Из 6 маленьких прямоугольников с размерами 3 см и 2 см составлен большой прямоугольник. Чему равен его периметр?

Следует заметить, что Арон Абрамович проявлял неподдельный интерес к «нестандартным» математическим задачам. Рискнём предположить, что такие задачи могут служить хорошими примерами для иллюстрации психологии мыслительной деятельности.

Спасибо! Творческих успехов!

С замечаниями, предложениями, вопросами можете обращаться к авторам по электронному адресу: syrgakkyd@mail.ru

Дополнительные задания для повторения курса начальной школы

1. Прямоугольник разрезали по диагонали. Какие геометрические фигуры при этом получились?

2. Гульмира разрезала бумажный треугольник по прямой линии. Какие геометрические фигуры при этом получились?

3. У Светы есть много монет по 3 и 5 сомов. Как она может оплатить без сдачи покупку в 17 сомов?

4. У Сагындыка есть много монет по 3 и 5 сомов. Как он может оплатить без сдачи покупку в 26 сомов?

5. Вычислите.

$2 + 54 - 44 + 76 - 71 =$

6. Володя написал: $6 + 54 : 6 = 10$. Как он рассуждал? Прав ли Володя?

7. Вычислите сумму.

$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 =$

8. Вычислите сумму.

$5 + 15 + 25 + 35 + 45 + 55 + 65 + 75 + 85 + 95 =$

9. Двор Сарыбая имеет форму прямоугольника со сторонами 30 метров и 80 метров, двор Карабая – квадратный, со стороной 50 метров. У какого двора площадь больше? Чему равна длина изгороди, огораживающей каждый из дворов? Известно, что дворы огорожены со всех сторон, каждый двор имеет ворота длиной 4 метра.

10. Наргиза решила сшить шарф со сторонами 40 сантиметров и 90 сантиметров, Дениза – квадратный платок со стороной 60 сантиметров. Чему равна площадь шарфа? А платка? Сколько сантиметров ниток понадобится для того, чтобы обшить шарф, если на обшивку каждого сантиметра края шарфа необходимо 4 сантиметра ниток? Сколько сантиметров ниток понадобится для того, чтобы обшить платок, если на обшивку каждого сантиметра края платка необходимо 3 сантиметра ниток?

11. Сколько раз цифра 7 использована при записи всех целых чисел от 1 до 100?

12. При записи скольких целых чисел от 1 до 50 используется цифра 3?

13. У Саши есть много монет по 3 и 10 сомов. Как он может оплатить без сдачи покупку в 87 сомов?

14. У Сауле есть много монет по 3 и 5 сомов. Как она может оплатить без сдачи покупку в 39 сомов?

15. Вычислите сумму.

$3 + 7 + 11 + 15 + 19 + 23 + 27 + 31 + 35 + 39 + 43 + 47 =$

16. Вычислите сумму.

$45 + 42 + 39 + 36 + 33 + 30 + 27 + 24 + 21 + 18 + 15 =$

17. Вычислите.

$6 \cdot 7 + 372 : 6 + 97 - 95 =$

18. Вычислите.

$27 + 54 : 9 - 24 - 7 \cdot 1 =$

19. От прямоугольника со сторонами 4 метра и 8 метров отрезали прямоугольник со сторонами 2 метра и 4 метров. Чему равна площадь оставшегося прямоугольника? Может ли периметр оставшейся фигуры равняться 36 *м*? Докажите.

20. От квадрата со стороной 6 дециметров отрезали прямоугольник площадью 12 *дм²*. Чему равна площадь оставшейся фигуры? Может ли периметр оставшейся фигуры равняться 24 *дм*? Докажите.

21. Около магазина стоят 15 легковых автомобилей и двухколёсных велосипедов. Всего у них 52 колеса. Сколько здесь автомобилей?

22. На стоянке стоят 12 легковых и грузовых автомобилей. У легкового автомобиля 4 колеса, у грузового – 6 колёс, а всего у этих автомобилей 56 колёс. Сколько каких автомобилей на стоянке?

23. Несколько мальчиков и Маша сидят за круглым столом. Петя сидит от Маши четвёртым, если считать в одну сторону, и седьмым, если в обратную. Сколько мальчиков сидят за столом?

24. Керим живёт на четвёртом этаже, если считать снизу, и шестом, если считать сверху. Сколько этажей в доме Керима?

25. Мальчики при встрече обменялись рукопожатиями. При этом было сделано 6 рукопожатий. Сколько было мальчиков?

26. Девочки при прощании обменялись фотографиями. При этом было использовано 12 фотографий. Сколько было девочек?

27. Гульмира, Лариса и Нурия собираются купить по порции мороженого. Сколько они должны заплатить, если доступны два вида мороженого: по 15 сомов и 17 сомов?

28. Тахир, Лена и Нурсултан собираются купить по пирожку. Сколько они должны заплатить, если доступны два вида пирожков: по 9 сомов и 12 сомов?

29. Если Джаныбек купит 4 булочки, то у него останется 2 сома, а для того чтобы купить 5 булочек, у него не хватит пяти сомов. Сколько сомов у Джаныбека?

30. Если Айбике купит 6 тетрадей, то у неё останется 2 сома, а для того чтобы купить 7 тетрадей, у неё не хватит одного сома. Сколько сомов у Айбике?

31. В данном равенстве каждая буква означает цифру: $a + a = 10 \cdot b + 4$. Какую?

32. В данном равенстве каждая буква означает цифру: $a + a + a = 10 \cdot b + 7$. Какую?

33. В некотором равенстве каждое число заменили на букву: $a + b = b$. Какое число заменили на букву a?

Указания и ответы

1. Получатся два прямоугольных треугольника.

2. Если прямая пройдёт через вершину треугольника, то получатся два треугольника, в других случаях – треугольник и четырёхугольник.

3. Отдать 4 монеты по 3 сома и одну монету достоинством 5 сомов.

4. Задача имеет два решения: Сагындык может отдать 7 монет по 3 сома и одну монету достоинством 5 сомов или 4 монеты по 5 сомов и две монеты достоинством 3 сома.

5. 17.

6. Он прибавил: $6 + 54 = 60$, а затем разделил $60 : 6 = 10$. Но это неверно, так как правильный ответ 15.

7. Процесс вычисления сильно облегчится, если поменять местами слагаемые и сначала сложить первое число с последним, затем второе с предпоследним… Тогда:

$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 =$
$= (2 + 20) + (4 + 18) + (6 + 16) + (8 +14) + (10 + 12) =$
$= 22 + 22 + 22 + 22 + 22 = 22 \cdot 5 = 110$

8. $5 + 15 + 25 + 35 + 45 + 55 + 65 + 75 + 85 + 95 =$
$= (5 + 95) + (15 + 85) + (25 + 75) + (35 + 65) =$
$= 100 +100 + 100 + 100 + 100 = 100 \cdot 5 = 500$

9. Площадь двора Сарыбая: $30 \cdot 80 = 2400$ *м*²;

Карабая: $50 \cdot 50 = 2500$ метров. У Карабая на 100 *м*² больше.

Длина изгороди двора Сарыбая: $2(30 + 80) - 4 = 220 - 4 = 216$ метров;

Длина изгороди двора Карабая: $4 \cdot 50 - 4 = 200 - 4 = 196$ метров.

10. Площадь шарфа 3600 *см*²; платка: $60 \cdot 60 = 3600$ *см*². Периметр шарфа 260 *см*; платка: 240 *см*.

На обшивку шарфа потребуется $260 \cdot 4 = 1040$ *см* ниток; платка: $240 \cdot 3 = 720$ *см* ниток.

11. Цифра 7 используется 10 раз в единицах: 7, 17, …, 97 и 10 раз в десятках: 70, 71, …, 79. Итого: 20 раз.

12. Цифра 3 используется 5 раз в единицах: 3, 13, …, 43 и 10 раз в десятках: 30, 31, …, 39. Итого: 15 раз. Но в числе 33 две цифры 3. Следовательно, ответ в 14 числах.

13. Задача имеет три решения: Саша может отдать 9 монет по 3 сома и 6 монет достоинством 10 сомов; 19 монет по 3 сома и три монеты достоинством 10 сомов, или он может отдать 29 монет по 3 сома.

14. Задача имеет три решения: Сауле может отдать 3 монеты по 3 сома и 6 монет достоинством 5 сомов; 8 монет по 3 сома и три монеты достоинством 5 сомов, или она может отдать 13 монет по 3 сома.

15. $3 + 7 + 11 + 15 + 19 + 23 + 27 + 31 + 35 + 39 + 43 + 47 = 6 \cdot 50 =$
$= 300$

16. $45 + 42 + 39 + 36 + 33 + 30 + 27 + 24 + 21 + 18 + 15 =$
$= 60 \cdot 5 + 30 = 330$

17. $6 \cdot 7 + 372 : 6 + 97 - 95 = 42 + 62 + 2 = 106$

18. $27 + 54 : 9 - 24 - 7 \cdot 1 = 27 + 6 - 24 - 7 = 2$

19. Площадь большого прямоугольника 32 *м*²; маленького: 8 *м*²; разность: 24 *м*².

Периметр большого прямоугольника 24 *м*; маленького: 12 *м*. Поэтому периметр оставшейся фигуры будет равен 36 *м*, если маленький вырезать из середины большого так, чтобы образовалась дырка.

20. От квадрата со стороной 6 *дм* отрезали прямоугольник площадью 12 *дм*². Площадь оставшейся фигуры: 36 − 12 = 24 *дм*².

Периметр квадрата 24 *дм*; прямоугольника – некоторое число. Периметр квадрата не изменится, если от него отрезать прямоугольник, примыкающий к одному из углов. Понятно, что длина прямоугольника должна быть меньше стороны квадрата.

21. 11 легковых автомобилей и 4 двухколёсных велосипеда.

22. 8 легковых и 4 грузовых автомобиля.

23. 10 мальчиков.

24. 9 этажей.

25. *AB*; *AC*; *AD*; *BC*; *BD*; *CD*. Было 4 мальчика.

26. 4 девочки. Каждая отдала по 3 фотографии.

27. Возможны 4 варианта ответа: $3 \cdot 15 = 45$ сомов; $2 \cdot 15 + 1 \cdot 17 = 47$ сомов;

$1 \cdot 15 + 2 \cdot 17 = 49$ сомов; $3 \cdot 17 = 51$ сом.

28. Возможны 4 варианта ответа: $3 \cdot 9 = 27$ сомов; $2 \cdot 9 + 1 \cdot 12 = 30$ сомов;

$1 \cdot 9 + 2 \cdot 12 = 33$ сома; $3 \cdot 12 = 36$ сомов.

29. 30 сомов. Булочка стоит 7 сомов.

30. 20 сомов. Тетрадь стоит 3 сома.

31. Сумма двух цифр всегда меньше 20. Поэтому цифра b равна 0 или 1. Следовательно, если $b = 0$, то $a = 2$, если $b = 1$, то $a = 7$.

32. Сумма трёх цифр всегда меньше 30. Поэтому цифра b равна 0 или 1, или 2. Следовательно, если $b = 0$, то $3a = 7$, если $b = 1$, то $3a = 17$, если $b = 2$, то $3a = 27$. Буква a является цифрой только для случая $3a = 27$. Итак, $a = 9$; $b = 2$.

33. Число ноль.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кострикина Н. П. Задачи повышенной трудности в курсе алгебры 7–9 классов. – М.: Просвещение, 1991. – 239 с.
2. Кыдыралиев С. К., Урдалетова А. Б. Удивительные прогрессии. – Б.: Кенеш, 2014. – 140 с.
3. Ли Якокка. Карьера менеджера. – М.: Прогресс, 1990. – 384 с.
4. Форд Генри. Моя жизнь. Мои достижения. – Москва: АСТ, 2015. – 349 с.

В заключение хотим призвать коллег активней пользоваться интернетом. Очень часто достаточно набрать в поисковой системе необходимую фразу – и можно получить массу полезной информации.

Предлагаем ссылки на некоторые полезные материалы.

Интернет-источники

1. Бескин Л. Н. Стереометрия: Пособие для учителей средней школы. – Изд. 2-е, дополненное. – М.: Просвещение, 1971. – 410 с. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 18,92 Мб) letitbit.net || depositfiles.com || ifolder.ru
2. Блох А. Я., Гусев В. А., Дорофеев Г. В. и др. / Сост. В. И. Мишин. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец. – М.: Просвещение, 1987. – 416 с., илл. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 9,13 Мб) letitbit.net || depositfiles.com || ifolder.ru (pdf/rar, 20,04 Мб) ifolder.ru || mediafire
3. Великина П. Я. Сборник задач по геометрии для 6–8 классов: Пособие для учителей. – Изд. 2-е, переработ. и доп. – М.: Просвещение, 1971. – 207 с., илл. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 10,4 Мб) letitbit.net || depositfiles.com || ifolder.ru
4. Волковский Д. Л. Методика арифметики в начальной школе: Пособие для учителей. – Изд. 3-е. – Государственное учебно-педагогическое издательство, 1937 [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu, 6,54 Мб) mediafire.com || rghost.ru
5. Денищева Л. О., Кузнецова Л. В., Лурье И. А. и др. Зачёты в системе дифференцированного обучения математике. – М.: Просвещение, 1993. – 192 с., илл. (Б-ка учителя математики) [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 7,61 Мб) letitbit.net || depositfiles.com || ifolder.ru
6. Егерев В. К. и др. Методика построения графиков функций. Учебн. пособие для студентов вузов. – Изд. 2-е. – М.: Высшая школа, 1970. – 152 с., илл. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 2,7 Мб) depositfiles || rghost.ru || letitbit.net

7. Кавун И. Н., Попова Н. С. Методика преподавания арифметики. Для учителей начальной школы и студентов педтехникумов. – М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1934. – 419 с. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu, 8,43 Мб) ifolder.ru || rghost.ru
8. Каплан Б. С., Рузин Н. К., Столяр А. А. Методы обучения математике: Некоторые вопросы теории и практики. / Б. С. Каплан, Н. К. Рузин, А. А. Столяр / Под ред. А. А. Столяра. – Минск: Нар. асвета, 1981. – 191 с., илл. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 6,08 Мб) letitfile.com || depositfiles.com || ifolder.ru
9. Колягин Ю. М., Луканкин Г. Л., Мокрушин Е. Л. и др. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1977. – 480 с. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 31,55 Мб) depositfiles.com || ifolder.ru || letitbit.net
10. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике. Часть I. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. – М.: Просвещение, 1977. – 113 с. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 3.94 Мб) ifolder.ru || mediafire
11. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике. Часть II. Обучение математике через задачи и обучение решению задач. – М.: Просвещение, 1977. – 145 с. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 3,94 Мб) ifolder.ru || mediafire
12. Колягин Ю. М., Оганесян В. А., Саннинский В. Я., Луканин Г. Л. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. институтов. – М.: Просвещение, 1975. – 462 с. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 23,54 Мб) ifolder.ru || mediafire
13. Леонтьева М. Р., Суворова С. Б. Упражнения в обучении алгебре: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1985. – 128 с. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 6,55 Мб) letitbit.net || depositfiles.com || ifolder.ru
14. Леонтьева М. Р. Самостоятельные работы на уроках алгебры. Пособие для учителей. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 4,87 Мб) depositfiles.com || ifolder.ru || letitbit.net || letitfile.com
15. Ляпин С. Е. (ред.) Методика преподавания математики в 8-летней школе. – М.: Просвещение, 1965. – 745 с. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 6,56 Мб) ifolder.ru || mediafire
16. Лященко Е. И. Изучение функций в курсе математики восьмилетней школы. – Минск: Нар. асвета, 1970. – 176 с. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 7 Мб) depositfiles.com || ifolder.ru || letitbit.net
17. Мацкин М. С. и Мацкина Р. Ю. Функции и пределы. Производная: Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1968. – 182 с., илл. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 6,91 Мб) letitbit.net || depositfiles.com || ifolder.ru

18. Перова М. Н. Методика преподавания математики в специальной (коррекционной) школе VIII вида: Учеб. для студ. дефект. фак. педвузов. – 4-е изд., перераб. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2001. – 408 с., илл. Учебник состоит из двух разделов: 1. Общие вопросы методики обучения математике в школе VIII вида (для детей с нарушением интеллекта). 2. Частные вопросы методики обучения математике в школе VIII вида. [Электронный ресурс]. URL: https: (doc/rar, 2,22 Мб) ifolder.ru || mediafire
19. Репьев В. В. Методика преподавания алгебры в восьмилетней школе: Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1967. – 276 с., илл. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 6,80 Мб) letitbit.net || depositfiles.com || ifolder.ru
20. Симонов Р. А. Математическая мысль Древней Руси. – М.: Наука, 1977. – 121 с. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 7,55 Мб) depositfiles.com || ifolder.ru || letitbit.net
21. Столяр А. А. Педагогика математики. – Минск: Вышейшая школа, 1986. – 414 с. [Электронный ресурс]. URL: https: (pdf/rar, 17,66 Мб) ifolder.ru || mediafire
22. Столяр А. А. Логические проблемы преподавания математики: Учебное пособие для педагогических вузов. – Минск: Высшая школа, 1965. – 255 с. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu, 2,63 Мб) || rutracker
23. Столяр А. А. Методы обучения математике. – Минск: Высшая школа, 1966. – 191 с. [Электронный ресурс]. URL: https: (pdf/rar, 9,45 Мб) ifolder.ru || mediafire
24. Эрдниев П. М., Эрдниев Б. П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1986. – 255 с., илл. [Электронный ресурс]. URL: https: (djvu/rar, 6,96 Мб) letitbit.net || depositfiles.com || ifolder.ru

См. также:
Электронные версии школьных учебников / задачников / дидактических материалов (часть 1)
Электронные версии школьных учебников / задачников / дидактических материалов (часть 2)
Электронные версии школьных учебников / задачников / дидактических материалов (часть 3)
Электронные версии школьных учебников / задачников / дидактических материалов (часть 4)

Работы кыргызстанских авторов можно скачать с сайта: lib.kg

СОДЕРЖАНИЕ

Для заметок

Для заметок

Кыдыралиев Сыргак Капарович
Урдалетова Анаркуль Бурганаковна
Дайырбекова Гульнара Мелисовна
Лисовская Галина Анатольевна

Математика
5 класс

Методическое пособие

Для учителей школ с русским языком обучения

Редактор *В. А. Грибинюк*
Корректор *А. А. Локтионова*
Дизайн обложки *А. С. Борисова*
Компьютерная вёрстка *С. Ю. Дранников*

Подписано в печать 07.08.2018 г.
Печать офсетная. Бумага офсетная.
Формат $60 \times 84\ ^{1}/_{16}$. Гарнитура Arial. Объём 8,0 п. л.
Тираж 1900 экз. Заказ № 217.

Издательская подготовка осуществлена
ОсОО «Издательство Аркус»
720016, Кыргызская Республика,
г. Бишкек, ул. Самойленко, 7 В