


Министерство образования и науки Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
 ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к выполнению курсового проекта по дисциплине
«ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

для студентов экономических специальностей вузов,
обучающихся по программам второго высшего образования

МОСКВА
2004

УДК 51 (075)

ББК 22.17я7

Составитель

кандидат экономических наук, доцент

В. И. СОЛОВЬЕВ

Методические указания к выполнению курсового проекта по дисциплине «Прикладная математика» / Сост. В. И. Соловьев; ГУУ. – М., 2004. – 20 с.

Содержит задание на курсовой проект по дисциплине «Прикладная математика» и методические указания к его выполнению.

Для студентов экономических специальностей вузов, обучающихся по программам второго высшего образования.

© В. И. Соловьев, 2004

ВВЕДЕНИЕ

Выполнение курсового проекта по дисциплине «Прикладная математика» направлено на усиление связи теоретического обучения студентов с финансовой практикой.

В процессе работы над курсовым проектом студент не только закрепляет и углубляет теоретические знания, полученные на лекциях и практических занятиях, но и учится применять изученные на лекциях методы финансовой математики при постановке и решении конкретных практических задач.

Цель курсового проекта — подготовить студента к самостоятельному проведению операционного исследования в области финансов, основными этапами которого являются построение математической модели, решение конкретной финансовой задачи при помощи построенной модели и экономический анализ полученных результатов.

Перед выполнением курсового проекта студент должен изучить методы и модели финансовой математики (изложенные в учебном пособии [1]), а также теоретическую основу финансовой математики — методы теории вероятностей, математической статистики и исследования операций (кратко изложенные в учебном пособии [2]). Для более глубокого изучения теории вероятностей и математической статистики рекомендуется учебник [3], специальные вопросы финансовой математики рассматриваются в монографиях и учебных пособиях [4 – 7].

В пособии [1] обсуждаются вопросы, связанные со всеми задачами курсового проекта за исключением задачи 5 (эти вопросы рассматриваются в пособии [2]).

1. ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Номер варианта курсового проекта выбирается по номеру студента в списке группы.

При выполнении курсового проекта следует строго придерживаться указанных ниже **правил**. Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не засчитываются и возвращаются студенту для переработки.

1. Курсовой проект выполняется аккуратно на одной стороне листа стандартного формата А4 либо рукописным способом, либо компьютерным (для компьютерного оформления работы рекомендуется использование пакета Microsoft Word). В любом случае требуется приложение необходимых распечаток результатов работы компьютерных программ, которые требовалось использовать при выполнении заданий. Графики строятся при помощи компьютера (рекомендуется использование пакета Microsoft Excel) либо от руки (черными или цветными карандашами средней твердости на обычной или миллиметровой бумаге). Листы с текстом контрольного задания и графики должны быть сшиты.

2. В работу должны быть включены все требуемые задачи строго по положенному варианту. Работы, содержащие задания не своего варианта, не засчитываются.

3. Перед решением каждой задачи необходимо полностью выписать ее условие. В том случае, когда формулировка задачи одна для всех вариантов, а различаются лишь исходные данные, необходимо, переписывая общее условие задачи, заменять общие данные конкретными, соответствующими своему варианту.

4. Текст работы должен содержать все необходимые расчеты и пояснения.

5. Обязательны оглавление и сквозная нумерация всех листов. Титульный лист проекта оформляется согласно прил. 1.

Курсовой проект сдается преподавателю до защиты для проверки.

При защите курсового проекта студент должен показать умение математически ставить, решать и анализировать конкретные финансово-экономические задачи, рассмотренные в его работе.

На экзамене студент должен показать владение теоретическими основами методов решения задач финансовой математики.

2. СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

1. Оптимальность по Парето. Инвестор рассматривает четыре инвестиционные операции со случайными эффек-

тивностями, описываемыми случайными величинами E_1, E_2, E_3, E_4 с рядами распределения, приведенными для каждого варианта в прил. 2. Требуется определить, какие из этих операций оптимальны по Парето.

2. Принятие решений в условиях неопределенности. Возможные значения курса базовой валюты в течение ближайшего года представлены четырьмя интервалами. Банк рассматривает четыре инвестиционных проекта, каждый из которых связан с международным бизнесом. Матрицы последствий от принятия банком i -го инвестиционного проекта при условии, что курс валюты окажется в j -м интервале, приведены в прил. 3. Там же приведены прогнозируемые экспертами вероятности возможных интервалов курса базовой валюты. Требуется построить матрицу сожалений, найти решения, рекомендуемые правилами Вальда, Сэвиджа, максимального ожидаемого дохода и минимального ожидаемого риска, а также определить проекты, оптимальные по Парето.

3. Оптимальный портфель ценных бумаг. Определить, с каким наименьшим риском можно достичь 20%-ной эффективности инвестиций, если есть возможность банковских вложений и заимствований по ставке $i = 10\%$ годовых, а на рынке ценных бумаг обращаются две акции, их ожидаемые эффективности равны соответственно r_1 и r_2 , риски σ_1 и σ_2 , а коэффициент корреляции доходностей данных акций равен $\rho_{12} = 0,76$ (параметры $r_1, r_2, \sigma_1, \sigma_2$ приводятся для каждого варианта в прил. 4).

4. Рациональная стоимость опционов. Найти рациональные стоимости опционов покупателя и продавца с терминальной стоимостью X руб. и сроком исполнения 1 год, выпущенного на акцию, текущая цена которой составляет S_0 руб., если известно, что годовая безрисковая процентная ставка составляет $i = 10\%$, а год разбивается на четыре периода, в каждом из которых акция может возрасти в цене или упасть в цене в u раз (параметры X, S_0, u приводятся для каждого варианта в прил. 5).

5. Динамическая задача распределения инвестиций. Производственное объединение состоит из четырех предприятий ($n = 4$). Общая сумма капитальных вложений рав-

на 700 тыс. руб. ($b = 700$), выделяемые предприятиям суммы кратны 100 тыс. руб. Если j -е предприятие получает инвестиции в объеме ξ тыс. руб., то прирост годовой прибыли на этом предприятии составит $f_j(\xi)$ тыс. руб. в год. Значения функций $f_j(\xi)$ известны и для каждого варианта компактно записаны в прил. 6 в следующем виде:

$$\begin{array}{cccccccc} f_1(0) & f_1(100) & f_1(200) & f_1(300) & f_1(400) & f_1(500) & f_1(600) & f_1(700) \\ f_2(0) & f_2(100) & f_2(200) & f_2(300) & f_2(400) & f_2(500) & f_2(600) & f_2(700) \\ f_3(0) & f_3(100) & f_3(200) & f_3(300) & f_3(400) & f_3(500) & f_3(600) & f_3(700) \\ f_4(0) & f_4(100) & f_4(200) & f_4(300) & f_4(400) & f_4(500) & f_4(600) & f_4(700) \end{array}$$

Требуется найти такое распределение инвестиций между предприятиями, которое максимизирует суммарный прирост прибыли на всех предприятиях вместе. Для этого необходимо составить математическую модель динамической задачи распределения инвестиций и решить ее методом динамического программирования.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

3.1. Оптимальность по Парето

Инвестор рассматривает четыре инвестиционные операции со случайными эффективностями, описываемыми случайными величинами E_1, E_2, E_3, E_4 с рядами распределения

E_1	2	5	8	4	E_2	2	3	4	12
p	1/6	1/2	1/6	1/6	p	1/2	1/6	1/6	1/6
E_3	3	5	8	10	E_4	1	2	4	8
p	1/6	1/6	1/2	1/6	p	1/2	1/6	1/6	1/6

Определим, какие из этих операций оптимальны по Парето.

Решение. Ожидаемые эффективности и риски равны соответственно $ME_1 = 4,83, \sigma_1 = 1,77, ME_2 = 4,17, \sigma_2 = 3,58, ME_3 = 7,00, \sigma_3 = 2,31, ME_4 = 2,83, \sigma_4 = 2,54$. Нанесем точки $(ME_i; \sigma_i)$ на единый график (рис. 1). i -я операция доминирует j -ю, если точка, соответствующая i -й операции, находится на графике правее и ниже точки, соответствующей j -й операции.

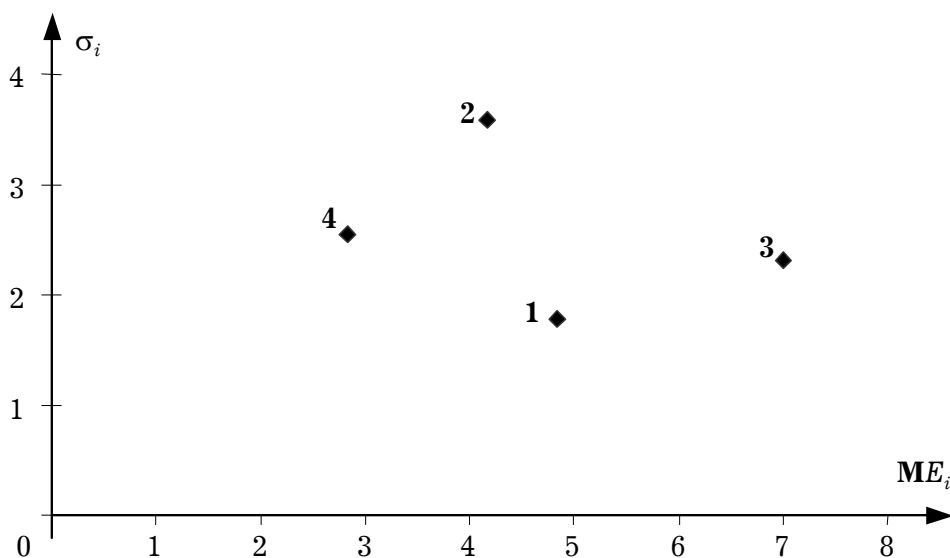


Рис. 1. График «риск — доходность»

Видно, что первая операция доминирует вторую и четвертую, третья операция также доминирует вторую и четвертую. При этом первая операция не доминирует третью, а третья не доминирует первую. Первая и третья операции, таким образом, оптимальны по Парето. □

3.2. Принятие решений в условиях неопределенности

Исследуем ситуацию принятия решений в условиях неопределенности в случае, когда матрица последствий

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 12 \\ 8 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}.$$

Решение. Составим матрицу сожалений. Имеем:

$$q_1 = \max_{k=1,2,\dots,m} q_{k1} = 8, \quad q_2 = 5, \quad q_3 = 8, \quad q_4 = 12,$$

поэтому матрица сожалений

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 8 \\ 6 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

По правилу Вальда (правилу крайнего пессимизма) будем полагать, что при принятии i -го решения на самом деле складывается

самая плохая ситуация, т. е. приносящая наименьший доход $a_i = \min_j q_{ij}$, и выберем решение i_0 с наибольшим a_{i_0} . Имеем:

$$a_1 = 2, \quad a_2 = 2, \quad a_3 = 3, \quad a_4 = 1.$$

Из этих чисел 2, 2, 3, 1 находим максимальное: это 3. Значит, правило Вальда рекомендует принять третье решение.

Правило Сэвиджа аналогично правилу Вальда, только анализируется матрица сожалений: рассматривая i -е решение, будем полагать, что на самом деле складывается ситуация максимальных сожалений $b_i = \max_j r_{ij}$, и выберем решение i_0 с наименьшим b_{i_0} . Имеем:

$$b_1 = 8, \quad b_2 = 6, \quad b_3 = 5, \quad b_4 = 7.$$

Из этих чисел 8, 6, 5, 7 находим минимальное. Это 5. Значит, правило Сэвиджа рекомендует принять третье решение.

Если известны вероятности состояний внешней среды:

$$1/2, \quad 1/6, \quad 1/6, \quad 1/6,$$

то правило максимизации ожидаемого дохода рекомендует принять решение, соответствующее наибольшему из ожидаемых доходов:

$$MQ_1 = 23/6, \quad MQ_2 = 25/6, \quad MQ_3 = 7, \quad MQ_4 = 17/6.$$

Максимальный ожидаемый доход равен 7, что соответствует третьему решению.

Вычислим средние ожидаемые сожаления при указанных выше вероятностях. Получаем $\bar{R}_1 = 20/6, \bar{R}_2 = 4, \bar{R}_3 = 7/6, \bar{R}_4 = 32/5$. Правило минимизации ожидаемых сожалений рекомендует принять решение, соответствующее наименьшему из ожидаемых сожалений:

$$MR_1 = 26/6, \quad MR_2 = 4, \quad MR_3 = 7/6, \quad MR_4 = 32/6,$$

т. е. опять третье решение. \square

3.3. Оптимальный портфель ценных бумаг

Определим, с каким наименьшим риском можно достичь 20%-ной эффективности инвестиций, если есть возможность банковских вложений и заимствований по ставке $i = 10\%$ годовых, а на рынке ценных бумаг обращаются две акции, их ожидаемые эффективности равны соответственно $r_1 = 16\%$ и $r_2 = 23\%$, риски $\sigma_1 = 5\%$, $\sigma_2 = 14\%$, а коэффициент корреляции доходностей данных акций равен $\rho_{12} = 0,36$.

Решение. Введем данные в рабочий лист Microsoft Excel, как показано на рис. 2, а. Пусть ячейки B9 и B10 соответствуют долям рискованных вложений x_1 и x_2 , в ячейку B8, соответствующую доле безрисковых вложений x_0 , введем формулу, соответствующую разности всех вложений (единицы) и вложений в акции x_1 и x_2 , в ячейку B12

	A	B	C
1	$i =$	0,10	
2	$r_1 =$	0,16	
3	$r_2 =$	0,23	
4	$\sigma_1 =$	0,05	
5	$\sigma_2 =$	0,14	
6	$\rho_{12} =$	0,36	
7	$r_\pi =$	0,20	
8			
9	$x_0 =$	1,00	$=1-B10-B11$
10	$x_1 =$		
11	$x_2 =$		
12			
13	$ME_\pi =$	0,10	$=B9*B1+B10*B2+B11*B3$
14	$DE_\pi =$	0,00	$=B10^2*B4^2+B11^2*B5^2+2*B10*B11*B6*B4*B5$

а) ввод исходных данных

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

б) окно «Поиск решения»

	A	B	C
1	$i =$	0,10	
2	$r_1 =$	0,16	
3	$r_2 =$	0,23	
4	$\sigma_1 =$	0,05	
5	$\sigma_2 =$	0,14	
6	$\rho_{12} =$	0,36	
7	$r_\pi =$	0,20	
8			
9	$x_0 =$	-0,3908	$=1-B10-B11$
10	$x_1 =$	1,1543	
11	$x_2 =$	0,2365	
12			
13	$ME_\pi =$	0,2000	$=B9*B1+B10*B2+B11*B3$
14	$DE_\pi =$	0,0058	$=B10^2*B4^2+B11^2*B5^2+2*B10*B11*B6*B4*B5$

в) результаты

Рис. 2. Расчет оптимального портфеля

введем формулу для ожидаемой эффективности портфеля ME_π , а в ячейку B13 введем формулу для дисперсии эффективности портфеля DE_π ; учтем здесь, что $\sigma_{12} = \rho_{12}\sigma_1\sigma_2$ (эти формулы приводятся справа от соответствующих ячеек).

Воспользуемся инструментом «Поиск решения». Для этого выберем в меню «Сервис» пункт «Сервис | Поиск решения...», и в появившемся окне (рис. 2, б) укажем, что мы хотим *установить целевую ячейку* $\$B\14 (в которой рассчитывается дисперсия портфеля) *равной минимальному значению, изменяя ячейки* $\$B\$10:\$B\11 (в которых находятся доли рискованных составляющих портфеля), причем в задаче присутствует ограничение $\$B\$13 = \$B\7 . После нажатия на кнопку «Выполнить» в рабочем листе произойдут изменения: в ячейках B9, B10 и B11 появятся значения $x_0^* = -0,3908$, $x_1^* = 1,1543$, $x_2^* = 0,2365$, в ячейке B13 будет рассчитана ожидаемая эффективность портфеля (она равна требуемой эффективности $\tilde{r}_\pi = 0,20$, а в ячейке B14 появится рассчитанное значение дисперсии эффективности портфеля $DE_\pi = 0,0058$. При этом риск портфеля равен $\sigma_\pi = \sqrt{0,0058} \approx 0,076 = 7,6\%$. Интерпретация оптимального решения $x_0^* = -0,3908$, $x_1^* = 1,1543$, $x_2^* = 0,2365$ такова: необходимо 23,65% потратить на приобретение акций второго вида, взять банковский кредит в размере 39,08% от общей суммы собственных средств, после чего все оставшиеся после покупки акций второго вида собственные средства вместе со средствами, полученными в кредит, вложить в покупку акций первого вида. Результаты работы программы представлены на рис. 2, в.

Множитель Лагранжа, который приводится в «Отчете по устойчивости», равен $\lambda = 0,116$; это означает, что увеличение эффективности \tilde{r}_π заданного портфеля на 1% приведет к тому, что риск оптимального портфеля, обладающего такой эффективностью, увеличится приблизительно на $\sqrt{0,1161} \approx 0,341\%$. \square

3.4. Рациональная стоимость опционов

Найдем рациональные стоимости опционов покупателя и продавца с терминальной стоимостью $X = 40$ руб. и сроком исполнения 1 год, выписанного на акцию, текущая цена которой составляет $S_0 = 35$ руб., если известно, что годовая безрисковая процентная ставка составляет $i = 10\%$, а год разбивается на четыре периода, в каждом из которых акция может возрасти в цене или упасть в цене в $u = 1,105$ раз.

Решение. Вероятность, нейтральная к риску,

$$p_{(4)} = \frac{(1+i)^{1/4} - d}{u - d} = \frac{1,024 - 0,905}{1,105 - 0,905} \approx 0,5956, \quad 1 - p_{(4)} = 0,405$$

(здесь $d = \frac{1}{u} = \frac{1}{1,105} \approx 0,905$). Теперь мы можем составить ряд распре-

деления цены акции к концу четвертого периода: цена принимает значения $S_0 u^k d^{4-k}$ ($k = 0, 1, 2, 3, 4$) соответственно с вероятностями $P_4(k) = C_4^k p^k (1-p)^{4-k}$. Окончательно имеем:

$S_{(4)}$	23,476	28,664	35,000	42,736	52,182
p	0,0267	0,1575	0,3481	0,3418	0,1259

Ряд распределения дохода от исполнения опциона при расчетах по четырехпериодной биномиальной модели имеет следующий вид:

$C_{(4)}$	0	2,737	12,182
p	$0,0267 + 0,1575 + 0,3481 = 0,5323$	0,3418	0,1259

Ожидаемый доход от исполнения опциона покупателя, равный математическому ожиданию случайной величины $C_{(4)}$, составляет

$$\begin{aligned} \mathbf{MC}_{(4)} &= \sum_{k=0}^4 \max\{S_0 u^k d^{4-k} - X; 0\} C_4^k p^k (1-p)^{4-k} = \\ &= 0 \cdot 0,5323 + 2,736 \cdot 0,3418 + 12,182 \cdot 0,1259 = 2,468. \end{aligned}$$

Окончательно получаем

$$\hat{C}_T = \frac{\mathbf{MC}_{(4)}}{1+i} = \frac{2,468}{1+0,1} \approx 2,24 \text{ руб.},$$

т. е. рациональная стоимость такого опциона равна 2 руб. 24 коп. (что существенно меньше текущей цены акции и цены исполнения опциона!).

По теореме о паритете опционов покупателя и продавца

$$P_T - C_T + S_0 = \frac{X}{(1+i)^T},$$

откуда

$$\hat{P}_T = \hat{C}_T - S_0 + \frac{X}{(1+i)^T} = 2,24 - 35 + \frac{40}{1,1} \approx 3,61,$$

т. е. рациональная стоимость такого опциона равна 3 руб. 61 коп. \square

3.5. Динамическая задача распределения инвестиций

Производственное объединение состоит из четырех предприятий ($n = 4$). Общая сумма капитальных вложений равна 700 тыс. руб. ($b = 700$), выделяемые предприятиям суммы кратны 100 тыс. руб. Если j -е предприятие получает инвестиции в объеме ξ тыс. руб., то прирост годовой прибы-

ли на этом предприятии составит $f_j(\xi)$ тыс. руб. в год. Значения функций $f_j(\xi)$ приведены в табл. 1. Найдем такое распределение $x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ инвестиций между предприятиями, которое максимизирует суммарный прирост прибыли на всех предприятиях вместе.

Таблица 1

ξ	0	100	200	300	400	500	600	700
$f_1(\xi)$	0	20	34	46	53	55	60	60
$f_2(\xi)$	0	18	29	45	62	78	90	98
$f_3(\xi)$	0	25	41	52	74	82	88	90
$f_4(\xi)$	0	30	52	76	90	104	116	125

Решение. Прежде всего заполняем табл. 2. Значения $f_2(\xi)$ складываем со значениями $F_1(\xi - x_2) = f_1(\xi - x_2)$ и на каждой северо-восточной диагонали находим наибольшее число, которое отмечаем звездочкой и указываем соответствующее значение $\tilde{x}_2(\xi)$. Затем заполняем табл. 3.

Продолжая процесс, табулируем функции $F_3(\xi), \tilde{x}_3(\xi)$ и т. д. (табл. 4—6). В табл. 6 заполняем только одну диагональ для значения $\xi = 700$. Наибольшее число на этой диагонали

$$z_{\max} = 155 \text{ тыс. руб.},$$

причем четвертому предприятию должно быть выделено

$$x_4^* = \tilde{x}_4(700) = 300 \text{ тыс. руб.}$$

На долю остальных трех предприятий остается 400 тыс. руб. Из табл. 5 видно, что третьему предприятию должно быть выделено

$$x_3^* = \tilde{x}_3(700 - x_4^*) = \tilde{x}_3(400) = 200 \text{ тыс. руб.}$$

Таблица 2

		$\xi - x_2$	0	100	200	300	400	500	600	700
		$F_1(\xi - x_2)$	0	20	34	46	53	55	60	60
x_2	$f_2(x_2)$									
	0	0	0	20*	34	46	53	55	60	60
100	18	18	38*	52*	64	71	73	78		
200	29	29	49	63*	75	82	84			
300	45	45	65*	79	91*	98				
400	62	62	82*	96	108					
500	78	78	98*	112*						
600	90	90	110							
700	98	98								

Таблица 3

ξ	0	100	200	300	400	500	600	700
$F_2(\xi)$	0	20	38	52	65	82	98	112
$\tilde{x}_2(\xi)$	0	0	100	100	300	400	500	500

Таблица 4

		$\xi - x_3$	0	100	200	300	400	500	600	700
		$F_2(\xi - x_3)$	0	20	38	52	65	82	98	112
x_3	$f_3(x_3)$		0	20	38	52	65	82	98	112
0	0		0	20	38	52	65	82	98	112
100	25		25*	45*	63*	77	90	107	123	
200	41		41	61	79*	93	106	123		
300	52		52	72	94	112	126			
400	74		74	94*	112*	126*				
500	82		82	102	120					
600	88		88	106						
700	90		90							

Таблица 5

ξ_0	0	100	200	300	400	500	600	700
$F_3(\xi)$	0	25	45	63	79	94	112	126
$\tilde{x}_3(\xi)$	0	100	100	100	200	400	400	400

Таблица 6

		$\xi - x_4$	0	100	200	300	400	500	600	700
		$F_3(\xi - x_4)$	0	25	45	63	79	94	112	126
x_4	$f_4(x_4)$		0	25	45	63	79	94	112	126
0	0									126
100	30								142	
200	52							146		
300	76					155*				
400	90				153					
500	104			149						
600	116		141							
700	125	125								

Продолжая обратный процесс, находим

$$x_2^* = \tilde{x}_2(700 - x_4^* - x_3^*) = \tilde{x}_2(200) = 100 \text{ тыс. руб.}$$

На долю первого предприятия остается

$$x_1^* = 700 - x_4^* - x_3^* - x_2^* = 100 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, наилучшим является следующее распределение капитальных вложений по предприятиям:

$$x_1^* = 100, x_2^* = 100, x_3^* = 200, x_4^* = 300.$$

Оно обеспечивает производственному объединению наибольший возможный прирост прибыли 155 тыс. руб.

Студенту рекомендуется проверить выполнение равенства

$$f_1(x_1) + f_2(x_2) + f_3(x_3) + f_4(x_4) = z_{\max}. \quad \square$$

Рекомендуемая литература

Основная

1. Соловьев В. И. **Математические методы управления рисками**: Учеб. пособие. – М.: ГУУ, 2003.
2. Карандаев И. С., Малыхин В. И., Соловьев В. И. **Прикладная математика**: Учеб. пособие. – М.: ИНФРА-М, 2002.

Дополнительная

3. Боди З., Мертон Р. **Финансы**: Учеб. пособие. – М.: Вильямс, 2000.
4. Колемаев В. А., Калинина В. Н. **Теория вероятностей и математическая статистика**: Учеб. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003.
5. Малыхин В. И. **Финансовая математика**: Учеб. пособие. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003.
6. Мельников А. В. **Риск-менеджмент: Стохастический анализ рисков в экономике финансов и страхования**. – М.: Анкил, 2003.
7. Соловьев В. И. **Стохастические модели математической экономики и финансовой математики**: Учеб. пособие. – М.: ГУУ, 2001.

Приложение 1

Образец оформления титульного листа курсового проекта

Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

 ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ

Кафедра прикладной математики

КУРСОВОЙ ПРОЕКТ по дисциплине «Прикладная математика»

Вариант № ____

Выполнил(а) студент(ка)
очно-заочной формы обучения
специальности « _____ »

I курса группы _____

№ студенческого билета

(зачетной книжки) _____

(подпись)

(инициалы, фамилия)

Проверил преподаватель

(ученая степень, звание)

(подпись)

(инициалы, фамилия)

Москва

Год

Приложение 2

Исходные данные для задачи оптимизации по Парето

- | | |
|--|--|
| 1. (0, 1/2) (2, 1/4) (4, 1/8) (16, 1/8) | 17. (2, 1/2) (4, 1/4) (6, 1/8) (18, 1/8) |
| 2. (0, 1/4) (4, 1/4) (6, 1/3) (12, 1/6) | 18. (2, 1/4) (6, 1/4) (8, 1/3) (14, 1/6) |
| 3. (0, 1/3) (1, 1/3) (2, 1/6) (8, 1/6) | 19. (2, 1/3) (3, 1/3) (4, 1/6) (10, 1/6) |
| 4. (0, 1/5) (4, 1/5) (6, 1/5) (10, 2/5) | 20. (2, 1/5) (6, 1/5) (8, 1/5) (12, 2/5) |
| 5. (0, 1/5) (1, 2/5) (5, 1/5) (14, 1/5) | 21. (2, 1/5) (4, 2/5) (6, 1/5) (18, 1/5) |
| 6. (0, 1/2) (8, 1/8) (16, 1/8) (20, 1/4) | 22. (2, 1/2) (12, 1/8) (18, 1/8) (22, 1/4) |
| 7. (0, 1/4) (4, 1/4) (10, 1/4) (14, 1/4) | 23. (2, 1/4) (6, 1/4) (12, 1/4) (20, 1/4) |
| 8. (0, 1/2) (4, 1/4) (5, 1/5) (20, 1/20) | 24. (2, 1/2) (6, 1/4) (8, 1/5) (22, 1/20) |
| 9. (0, 1/2) (4, 1/4) (8, 1/8) (32, 1/8) | 25. (-6, 1/2) (-4, 1/4) (-2, 1/8) (10, 1/8) |
| 10. (0, 1/4) (8, 1/4) (12, 1/3) (24, 1/6) | 26. (-6, 1/4) (-2, 1/4) (0, 1/3) (-6, 1/6) |
| 11. (0, 1/3) (2, 1/3) (4, 1/6) (16, 1/6) | 27. (-6, 1/3) (-5, 1/3) (-4, 1/6) (3, 1/6) |
| 12. (0, 1/5) (8, 1/5) (12, 1/5) (20, 2/5) | 28. (-6, 1/5) (-2, 1/5) (0, 1/5) (4, 2/5) |
| 13. (0, 1/5) (2, 2/5) (10, 1/5) (28, 1/5) | 29. (-6, 1/5) (-5, 2/5) (-1, 1/5) (8, 1/5) |
| 14. (0, 1/2) (16, 1/8) (32, 1/8) (40, 1/4) | 30. (-6, 1/2) (2, 1/8) (10, 1/8) (14, 1/4) |
| 15. (0, 1/4) (8, 1/4) (20, 1/4) (28, 1/4) | 31. (-6, 1/4) (-2, 1/4) (4, 1/4) (8, 1/4) |
| 16. (0, 1/2) (8, 1/4) (10, 1/5) (40, 1/20) | 32. (-6, 1/2) (-2, 1/4) (-1, 1/5) (14, 1/20) |

В варианте с номером n необходимо выбрать операции с номерами n , $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$ из числа приведенных выше (для каждой операции компактно записан ряд ее распределения: первое число в скобках означает возможное значение эффективности операции, а второе — вероятность соответствующего значения). Например, первая операция имеет эффективность, описываемую таким рядом распределения:

$$\begin{array}{c|cccc}
 E_1 & 0 & 2 & 4 & 16 \\
 \hline
 p & 1/2 & 1/4 & 1/8 & 1/8
 \end{array}$$

Приложение 3

Исходные данные для задачи принятия решений в условиях неопределенности

Последствия от реализации проектов

1.	0	2	4	16	17.	2	4	6	18
2.	0	4	6	12	18.	2	6	8	14
3.	0	1	2	8	19.	2	3	4	10
4.	0	4	6	10	20.	2	6	8	2
5.	0	1	5	14	21.	2	4	6	18
6.	0	8	16	20	22.	2	12	18	22
7.	0	4	10	14	23.	2	6	12	20
8.	0	4	5	20	24.	2	6	8	22
9.	0	4	8	32	25.	-6	-4	-2	10
10.	0	8	12	24	26.	-6	-2	0	-6
11.	0	2	4	16	27.	-6	-5	-4	3
12.	0	8	12	20	28.	-6	-2	0	4
13.	0	2	10	28	29.	-6	-5	-1	8
14.	0	16	32	40	30.	-6	2	10	14
15.	0	8	20	28	31.	-6	-2	4	8
16.	0	8	10	40	32.	-6	-2	-1	14

Вероятности интервалов курса валюты

1.	1/2	1/4	1/8	1/8	16.	1/2	1/4	1/8	1/8
2.	1/4	1/4	1/3	1/6	17.	1/4	1/4	1/3	1/6
3.	1/3	1/3	1/6	1/6	18.	1/3	1/3	1/6	1/6
4.	1/5	1/5	1/5	2/5	19.	1/5	1/5	1/5	2/5
5.	1/5	2/5	1/5	1/5	20.	1/5	2/5	1/5	1/5
6.	1/2	1/8	1/8	1/4	21.	1/2	1/8	1/8	1/4
7.	1/4	1/4	1/4	1/4	22.	1/4	1/4	1/4	1/4
8.	1/2	1/4	1/5	1/20	23.	1/2	1/4	1/5	1/20
9.	1/2	1/4	1/8	1/8	24.	1/2	1/4	1/8	1/8
10.	1/4	1/4	1/3	1/6	25.	1/4	1/4	1/3	1/6
11.	1/3	1/3	1/6	1/6	26.	1/3	1/3	1/6	1/6
12.	1/5	1/5	1/5	2/5	27.	1/5	1/5	1/5	2/5
13.	1/5	2/5	1/5	1/5	28.	1/5	2/5	1/5	1/5
14.	1/2	1/8	1/8	1/4	29.	1/2	1/8	1/8	1/4
15.	1/4	1/4	1/4	1/4					

В варианте с номером n необходимо выбрать проекты с номерами $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$, $n + 4$ из числа приведенных выше, после этого нужно выбрать набор вероятностей интервалов курса валюты.

Приложение 4

Исходные данные для задачи формирования оптимального портфеля

n	r_0	r_1	r_2	σ_1	σ_2	n	r_0	r_1	r_2	σ_1	σ_2
1.	1	3	8	3	10	16.	3	5	9	3	6
2.	1	3	8	4	8	17.	3	5	9	4	6
3.	1	3	8	4	10	18.	3	5	9	4	8
4.	1	3	8	5	8	19.	3	5	9	6	8
5.	2	4	6	5	10	20.	4	6	10	6	10
6.	2	4	6	6	8	21.	4	6	10	8	10
7.	2	4	6	6	10	22.	4	6	10	10	12
8.	2	4	6	7	8	23.	4	6	10	4	6
9.	2	4	9	7	10	24.	4	6	12	4	8
10.	2	4	9	8	10	25.	4	6	12	3	8
11.	2	4	9	8	12	26.	4	6	12	3	10
12.	2	4	9	8	14	27.	4	6	12	4	12
13.	2	4	6	7	8	28.	4	6	10	4	6
14.	1	3	8	4	8	29.	3	5	9	4	6
15.	1	3	8	4	10	30.	3	5	9	4	8

Приложение 5

*Исходные данные для задачи
определения рациональной стоимости опционов*

n	X	S_0	u	n	X	S_0	u
1.	120	80	1,06	16.	120	90	1,06
2.	110	80	1,07	17.	110	90	1,07
3.	120	80	1,08	18.	120	90	1,08
4.	110	80	1,09	19.	110	90	1,09
5.	120	80	1,11	20.	120	90	1,11
6.	110	80	1,12	21.	110	90	1,12
7.	120	80	1,13	22.	120	90	1,13
8.	110	80	1,14	23.	110	90	1,14
9.	120	80	1,15	24.	120	90	1,15
10.	110	80	1,16	25.	110	90	1,16
11.	120	80	1,17	26.	120	90	1,17
12.	110	80	1,18	27.	110	90	1,18
13.	120	80	1,19	28.	120	90	1,19
14.	110	80	1,20	29.	110	90	1,20
15.	120	80	1,21	30.	120	90	1,21

Приложение 6

Исходные данные для динамической задачи распределения инвестиций

Вариант 1

ξ	0	100	200	300	400	500	600	700
$f_1(\xi)$	0	20	44	55	63	67	70	70
$f_2(\xi)$	0	18	29	49	72	87	100	108
$f_3(\xi)$	0	25	41	52	74	82	88	90
$f_4(\xi)$	0	30	52	76	90	104	116	125

Вариант 2

0	15	24	30	36	40	43	45
0	18	26	34	39	42	44	46
0	16	27	37	44	48	50	56
0	10	17	23	29	34	38	41

Вариант 5

0	5	10	14	17	19	21	22
0	8	13	18	21	23	21	17
0	10	16	21	24	27	29	30
0	11	19	26	30	33	35	36

Вариант 3

0	42	58	71	80	89	95	100
0	30	49	63	68	69	65	60
0	22	37	49	59	68	76	82
0	50	68	82	92	100	107	112

Вариант 6

0	28	45	65	78	90	102	113
0	25	41	55	65	75	80	85
0	15	25	40	50	62	73	82
0	20	33	42	48	53	56	58

Вариант 4

0	37	64	87	105	120	134	145
0	48	75	98	120	132	144	156
0	85	100	111	118	124	129	132
0	47	70	80	86	91	94	98

Вариант 7

0	28	42	51	57	61	64	66
0	20	27	30	31	32	32	33
0	8	26	37	47	53	58	61
0	5	20	29	36	41	45	47

Вариант 8

0	10	20	30	38	43	49	52
0	13	25	37	47	55	61	66
0	6	13	20	27	33	38	41
0	24	36	42	46	48	48	49

Вариант 9

0	3	5	7	8	9	10	10
0	5	8	10	12	13	14	15
0	8	13	17	20	23	25	27
0	6	10	13	15	16	16	16

Вариант 10

0	16	26	39	42	46	50	54
0	9	15	23	31	39	45	49
0	18	26	34	39	42	44	46
0	15	25	32	38	42	46	48

Вариант 11

0	15	26	38	45	52	58	63
0	10	17	23	29	34	38	41
0	11	19	26	30	33	35	36
0	25	34	41	46	50	53	56

Вариант 12

0	25	41	55	65	75	80	85
0	30	52	76	90	104	116	125
0	50	68	82	92	100	107	112
0	61	80	93	100	106	112	116

Вариант 13

0	20	33	42	48	53	56	58
0	22	37	49	59	68	76	82
0	10	29	42	52	60	65	69
0	16	27	37	44	48	50	56

Вариант 14

0	8	13	17	20	23	25	27
0	10	17	23	29	34	38	41
0	11	19	26	30	33	35	36
0	10	20	30	38	43	49	52

Вариант 15

0	75	90	100	108	113	115	117
0	85	100	111	118	124	129	132
0	42	58	71	80	89	95	100
0	28	45	6	78	90	102	113

Вариант 16

0	28	42	51	57	61	64	66
0	5	20	29	36	41	45	47
0	8	26	37	47	53	58	61
0	22	37	49	59	68	76	82

Вариант 17

0	5	10	14	17	19	21	22
0	20	34	45	50	48	40	40
0	15	24	30	38	46	52	53
0	26	30	35	40	45	48	50

Вариант 18

0	70	93	104	110	114	117	119
0	61	80	93	100	106	112	116
0	83	105	114	119	121	126	130
0	75	90	100	102	101	100	97

Вариант 19

0	12	20	26	37	41	44	45
0	16	27	37	44	48	50	56
0	10	16	21	24	27	29	30
0	11	19	25	29	30	28	21

Вариант 20

0	14	22	3	39	45	51	56
0	9	15	22	31	39	45	49
0	15	25	35	40	45	50	50
0	35	46	52	55	57	59	60

Вариант 21

0	15	25	40	50	62	73	82
0	30	49	63	69	68	62	55
0	50	68	82	92	100	107	112
0	83	105	114	116	115	110	105

Вариант 22

0	5	8	10	12	13	14	15
0	5	10	14	17	19	21	22
0	8	13	18	21	23	25	27
0	6	13	20	27	33	38	41

Вариант 23

0	15	26	37	46	53	59	63
0	15	24	30	36	40	43	45
0	9	30	33	31	39	45	49
0	24	36	42	46	48	49	49

Вариант 24

0	37	64	87	105	120	134	145
0	70	93	104	110	114	117	119
0	61	80	93	100	106	112	116
0	28	45	65	78	90	102	113

Вариант 25

0	10	20	30	38	43	49	52
0	13	25	37	47	55	61	66
0	16	27	37	44	48	50	49
0	10	17	23	29	34	38	41

Вариант 26

0	6	13	20	27	33	38	41
0	24	36	42	46	48	49	49
0	25	41	52	57	59	57	53
0	18	28	37	45	51	56	59

Вариант 28

0	10	16	21	24	27	29	30
0	11	19	26	30	33	35	36
0	8	15	23	29	34	38	41
0	14	26	37	46	49	48	44

Вариант 27

0	30	49	63	75	84	91	97
0	22	37	49	59	68	76	82
0	18	26	34	39	42	44	46
0	16	27	37	44	48	50	56

Вариант 29

0	20	27	0	31	32	32	33
0	8	26	37	47	53	58	61
0	5	20	29	36	41	45	47
0	20	33	42	48	53	56	58

Содержание

Введение.....	3
1. Организация выполнения курсового проекта	3
2. Содержание курсового проекта	4
3. Методические указания к выполнению курсового проекта	6
3.1. Оптимальность по Парето.....	6
3.2. Принятие решений в условиях неопределенности.....	7
3.3. Оптимальный портфель ценных бумаг.....	8
3.4. Рациональная стоимость опционов	10
3.5. Динамическая задача распределения инвестиций.....	11
Рекомендуемая литература	14
Приложение 1. Образец оформления	
<i>титального листа курсового проекта</i>	<i>15</i>
Приложение 2. Исходные данные для задачи	
<i>оптимизации по Парето</i>	<i>16</i>
Приложение 3. Исходные данные для задачи	
<i>принятия решений в условиях неопределенности</i>	<i>16</i>
Приложение 4. Исходные данные для задачи	
<i>формирования оптимального портфеля.....</i>	<i>17</i>
Приложение 5. Исходные данные для задачи	
<i>определения рациональной стоимости опционов.....</i>	<i>18</i>
Приложение 6. Исходные данные для динамической задачи	
<i>распределения инвестиций</i>	<i>18</i>